



มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา
คณะครุศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ข้อสอบกลางภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562

รหัสวิชา MAC1303	ชื่อวิชา แคลคูลัส 2	วันเวลาสอบ เวลา 17:00 - 20:00 วันอังคาร ที่ 2 มีนาคม 2563	คะแนนเต็ม 105 คะแนน 30%
---------------------	------------------------	---	-------------------------------

ชื่อ-สกุล..... รหัสนักศึกษา..... หมู่เรียน.....

คำชี้แจง

- ข้อสอบมีทั้งหมด 12 หน้า จำนวน 10 ข้อ
- เขียนชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษา และตอนเรียนด้วยตัวบรรจงลงในข้อสอบทุกหน้า
- ห้ามใช้ เครื่องคำนวณ และอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิดในขณะสอบ
- ไม่อนุญาตให้นำเอกสารการเรียน ตำราเรียนทุกชนิดเข้าห้องสอบ
- ห้าม นำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด
- หากมีการทุจริตในการสอบ จะได้รับการลงโทษตามระเบียบของมหาวิทยาลัย

ลงชื่อผู้เข้าสอบ

.....

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.ธัญยศ จำปาหวาย

ข้อที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	รวม
คะแนน											

ตารางอนุกรมเทย์เลอร์

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$$

$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots$$

$$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots$$

1. (10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้โดยไม่ต้องแสดงวิธีทำ (ข้อละ 1 คะแนน)

1.1 ให้ a_n เป็นพจน์ทั่วไปของลำดับ $-1, 0, 1, 8, 27, \dots$ จงหา a_{12} _____

1.2 จงหาค่าของ $\sum_{n=10}^{30} (n+1)^3$ _____

1.3 จงหาค่าของ $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{2561 \cdot 2563}$ _____

1.4 จงหาผลบวกของอนุกรม $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n \cdot 3^n}{7^n}$ _____

1.5 จงหารัศมีแห่งการลู่เข้าของอนุกรมกำลัง $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(-2)^n}$ _____

1.6 จงหาของอนุกรมกำลัง แทนฟังก์ชัน $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ เมื่อ $|x| < 1$ _____

1.7 จงเขียนฟังก์ชันผลบวก ของอนุกรมกำลัง $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{4n}}{(2n)!}$ _____

1.8 ให้ $\vec{u} = \langle 1, a, 1 \rangle$ และ $\vec{v} = \langle -2, 4, b \rangle$ ถ้า $\vec{u}$ ขนานกับ $\vec{v}$ จงหา $(a+b)^2$ _____

1.9 จงหาระยะทางระหว่างจุด $(2, 3, -1)$ กับระนาบ $2x + y - 2z = 3$ _____

1.10 จงหามุม ระหว่างระนาบ $5x - 7y + 2z = 5$ และเส้นตรง $x = y = z$ _____

ข้อ 2 ถึง 10 จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

2. (9 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 (5 คะแนน) จงหาลิมิตของลำดับ $\left\{n - \sqrt{n^2 - 2n}\right\}$

2.2 (4 คะแนน) จงตรวจสอบว่าลำดับ $\left\{\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)\right\}$ เป็นลำดับลู่ออกหรือลู่เข้า

3. (11 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 (5 คะแนน) จงหาผลบวกของอนุกรม $\frac{1}{2^2 - 1} + \frac{1}{4^2 - 1} + \frac{1}{6^2 - 1} + \cdots + \frac{1}{2020^2 - 1}$

3.2 (6 คะแนน) จงทดสอบว่าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n + 1)^2}$ เป็นอนุกรมลู่เข้าหรือลู่ออก

4. (11 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

4.1 (5 คะแนน) จงทดสอบว่าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \sin^2(n!)}{n!}$ เป็นอนุกรมลู่เข้าหรือลู่ออก

4.2 (6 คะแนน) จงทดสอบว่าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$ เป็นอนุกรมลู่เข้าแบบสัมบูรณ์หรือลู่เข้าแบบมีเงื่อนไข หรือลู่ออก

5. (8 คะแนน) จงหารัศมีและช่วงแห่งการลู่เข้าของอนุกรม $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3x+2)^n}{n^3 \cdot 3^n}$

6. (13 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

6.1 (6 คะแนน) จงหาอนุกรมกำลังของฟังก์ชันผลบวก $f(x) = \frac{x^4}{(x^4 - 1)^2}$

6.2 (7 คะแนน) ให้ $f(x) = \sqrt[3]{1-x}$ จงหาประมาณค่าของ $\sqrt[3]{0.9}$ โดยใช้พหุนามแมคลอรินดีกรี 3 ของ f (ตอบในรูปเศษส่วน)

7. (11 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

7.1 (5 คะแนน) จงหาฟังก์ชันผลบวกของอนุกรมกำลัง $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2 x^{n+1}}{(n+1)!}$ โดยใช้ตารางอนุกรมเทย์เลอร์

7.2 (6 คะแนน) จงหาอนุกรมเทย์เลอร์ของฟังก์ชัน $f(x) = \frac{1}{1-2x}$ รอบจุด $a = 1$

8. (11 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

8.1 (6 คะแนน) ให้ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยซึ่ง $\|\vec{u} + 3\vec{v}\| = \sqrt{13}$ จงหา $\|\vec{u} \times 2\vec{v}\|$

8.2 (5 คะแนน) เมื่อลากเส้นตรงจากจุด $B(0, 1, 2)$ ไปตั้งฉากกับเส้นตรง L ที่จุด M ถ้า L มีสมการพารามетริกเป็น

$$x = 2 + t, \quad y = 3 - t, \quad z = -1 - 2t$$

จงหาความยาวของ $\overrightarrow{BM}$

9. (11 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

9.1 (6 คะแนน) จงหาสมการระนาบที่ผ่านเส้นตรง $x = 1$, $\frac{y-2}{2} = \frac{1-z}{2}$ และตั้งฉากกับระนาบ $2x - y = 3z$

9.2 (5 คะแนน) จงหาสมการเส้นตรงที่เกิดจากการตัดกันของระนาบ

$$x + 2y + 3z = 7 \quad \text{และ} \quad 4x + 3y + 2z = 8$$

10. (10 คะแนน) จงหา เวกเตอร์สัมผัสหน่วย $\vec{T}(t)$ เวกเตอร์แนวฉากหน่วย $\vec{N}(t)$ และ เวกเตอร์แนวฉากคู่ $\vec{B}(t)$ ขณะ $t = 0$ กำหนดให้

$$\vec{r}(t) = \langle \cos 3t, \sin 3t, 4t \rangle \quad \text{เมื่อ } -\pi \leq t \leq \pi$$