เมตริกซ์

(Matrix)

ผศ.ดร.ขวัญเรือน รัศมี

15/12/2568

เมตริกซ์ คือ กลุ่มตัวเลขที่นำมาเรียงกันอยู่ในวงเล็บใหญ่

$\left(\qquad \right)$ **หรือ** $\left\{ \qquad \right\}$

เช่น เมตริกซ์ $A =$

$$\begin{array}{cc} \begin{array}{ccc} \text{หลักที่1} & \text{หลักที่2} & \end{array} & \\ \begin{pmatrix} a11 & a12 & a13 \\ a21 & a22 & a23 \\ a31 & a32 & a33 \end{pmatrix}_{m \times n} & \begin{array}{l} \text{แถวที่ 1} \\ \text{แถวที่ 2} \\ \end{array} \end{array}$$

m x n เอ็มบายเอ็น เป็นสิ่งที่แสดงขนาดหรือมิติของเมตริกซ์ ซึ่งในที่นี้ m x n แสดงว่าเมตริกซ์นั้นมีอยู่ m แถว (row) และ n หลัก (column)

ส่วนตัวเลขที่อยู่ในเมตริกซ์แต่ละตัวเรียกว่า สมาชิก (element) ของเมตริกซ์ ซึ่งเราจะใช้ a_{ij} แทนตำแหน่งต่างๆของสมาชิกที่อยู่ในเมตริกซ์ โดยที่ i คือ ตำแหน่งของแถว และ j คือตำแหน่งของหลัก

เช่น a_{11} คือ สมาชิกที่อยู่ในตำแหน่งแถวที่ 1 หลักที่ 1

a_{12} คือ สมาชิกที่อยู่ในตำแหน่งแถวที่ 1 หลักที่ 2

a_{22} คือ สมาชิกที่อยู่ในตำแหน่งแถวที่ 2 หลักที่ 2

Ex1 เมตริกซ์ $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -4 \\ 2 & -4 & 8 \end{pmatrix}_{2 \times 3}$

เมตริกซ์ A มีขนาด 2 x 3 (2 แถว 3 หลัก) มีจำนวนสมาชิก 2 x 3 = 6 ตัว

a_{12} คือ สมาชิกแถวที่ 1 หลักที่ 2 = 3

a_{23} คือ สมาชิกแถวที่ 2 หลักที่ 3 = 8

ชนิดของเมตริกซ์

1. เมตริกซ์แถว (Row Matrix) คือ เมตริกซ์ที่มีกี่หลักก็ได้ แต่ต้องมีเพียง 1 แถวเท่านั้น

เช่น $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -1 \end{pmatrix}_{1 \times 3}$

$B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 & -1 & 4 \end{pmatrix}_{1 \times 5}$

2. เมตริกซ์หลัก (Column Matrix) คือ เมตริกซ์ที่มีกี่แถวก็ได้ แต่ต้องมีเพียง 1 หลักเท่านั้น เช่น

$A = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}_{3 \times 1}$ $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix}_{4 \times 1}$

3. เมตริกซ์ศูนย์ (Zero Matrix) คือ เมตริกซ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกทุกตัวเป็น 0 เช่น

$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{2 \times 2}$

4. เมตริกซ์จัตุรัส (Square Matrix) คือ เมตริกซ์ที่มีจำนวนแถวและจำนวนหลักเท่ากัน

เช่น

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}_{2 \times 2} \qquad B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -4 \\ 5 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

5. เมตริกซ์ทแยงมุม (Diagonal Matrix) คือ เมตริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกทุกตัวเป็น 0 (ศูนย์) หมด ยกเว้น สมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลัก ต้องเป็นเลขจำนวนใดๆที่แตกต่างกัน

เช่น

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}_{2 \times 2} \qquad B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

6. เมตริกซ์สเกลาร์ (Scalar Matrix) คือ เมตริกซ์ทแยงมุมที่มีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลักเป็นเลขจำนวนใดๆที่เท่ากันหมด (ยกเว้น 1)

เช่น

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}_{2 \times 2} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

7. เมตริกซ์เอกลักษณ์ (Identity Matrix) คือ เมตริกซ์สเกลาร์ที่มีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลักเป็น 1 ทุกตัว ซึ่งสามารถใช้สัญลักษณ์ I แทนได้ เช่น

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}_{2 \times 2} \qquad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

8. เมตริกซ์สามเหลี่ยมบน (Upper Triangular Matrix) คือ เมตริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกที่อยู่ใต้เส้นทแยงมุมหลัก มีค่าเป็นศูนย์หมดทุกตัว เช่น

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 7 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

" ความรู้เป็นเสมือนหนังสือที่ไม่มีหน้าสุดท้าย "

9. เมตริกซ์สามเหลี่ยมล่าง (Lower Triangular Matrix) คือ เมตริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกที่อยู่เหนือเส้นทแยงมุมหลัก มีค่าเป็นศูนย์หมดทุกตัว

เช่น

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ -4 & 1 & -3 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

" แกงขาดเกลือจึงกร่อยด้อยรสชาติ

ชีวิตขาดอุปสรรคจักด้อยค่า

อุปสรรคศัตรูชูชีวา

ให้แกล้วกล้าเข้มแข็งแกร่งกว่าเดิม "

" ครู เป็นผู้ที่เปิดประตู แต่นักเรียนต้องเดินเข้าไปเอง "

การเท่ากันของเมตริกซ์

นิยาม เมตริกซ์ 2 เมตริกซ์ จะเท่ากันได้ต้องมีหลักเกณฑ์ ดังนี้

1. เมตริกซ์ทั้งสองต้องเป็นเมตริกซ์ที่มีขนาดเท่ากัน

2. สมาชิกของเมตริกซ์ทั้งสองที่ตำแหน่งเดียวกันจะต้องเท่ากันเท่ากัน

EX2 .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}_{2 \times 3} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ -2 & 4 & 1 \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 \\ -2 & 6 & 9 \end{pmatrix}_{2 \times 3} \qquad D = \begin{pmatrix} 0 & 2^2 & 1 \\ -2 & 6 & (-3)^2 \end{pmatrix}_{2 \times 3}$$

$2 \times 2 = 4$

$(-3) \times (-3) = 9$

1. เมตริกซ์ A มีขนาด 2 x 3 และ เมตริกซ์ B มีขนาด 3 x 3 ดังนั้น
   เมตริกซ์ A $\neq$ เมตริกซ์ B

2. เมตริกซ์ C มีขนาด 2 x 3 และ เมตริกซ์ D มีขนาด 2 x 3 สมาชิกของ A และ B ที่ตำแหน่งเดียวกัน มีค่าเท่ากัน ดังนั้น เมตริกซ์ A = เมตริกซ์ B

การบวกและลบเมตริกซ์

นิยาม

กำหนดให้เมตริกซ์ 2 เมตริกซ์ ใดๆ คือ $A = [a_{ij}]_{mxn}$ และ $B = [b_{ij}]_{mxn}$ สามารถนำมาบวกและลบกันได้ ต้องเป็นเมตริกซ์ที่มีขนาดเท่ากันเท่านั้น

ซึ่งจะได้ว่า $A \pm B = [a_{ij} \pm b_{ij}]_{mxn}$

เมื่อ i และ j คือตำแหน่งของสมาชิกที่อยู่ ณ ตำแหน่งเดียวกันของเมตริกซ์ทั้ง 2

Ex3 จงหา A - B + C เมื่อกำหนดให้

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}_{2 \times 2} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}_{2 \times 2}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}_{2 \times 2}$$

“ จงเริ่มวันใหม่ ด้วยความมั่นใจว่าเป็นวันดี ”

วิธีทำ

$$A-B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}_{2 \times 2} - \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}_{2 \times 2}$$

$$A-B = \begin{pmatrix} 2-0 & 1-(-1) \\ 0-(-3) & 5-(-2) \end{pmatrix}_{2 \times 2}$$

$$A-B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}_{2 \times 2}$$

$$A - B + C = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}_{2 \times 2} + \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}_{2 \times 2}$$

$$A - B + C = \begin{pmatrix} 2+0 & 2+(-5) \\ 3+6 & 7+(-1) \end{pmatrix}_{2 \times 2}$$

$$A - B + C = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 9 & 6 \end{pmatrix}_{2 \times 2}$$

ตอบ

การคูณเมตริกซ์ด้วยจำนวนจริง

นิยาม

กำหนดให้เมตริกซ์ A คือ $A = [a_{ij}]_{mxn}$ และ จำนวนจริง คือ k แล้ว ผลคูณของ kA คือ การนำ k คูณ สมาชิกทุกตัวของเมตริกซ์ A ดังนั้นจะได้ว่า

$$\mathbf{kA = [ka_{ij}]_{mxn}}$$

Ex4 จงหา 3A เมื่อกำหนดให้ $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 0 & 5 & 3 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$

วิธีทำ

$$3A = 3\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 0 & 5 & 3 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

$$3A = \begin{pmatrix} 1x3 & -1x3 & -2x3 \\ 0x3 & 5x3 & 3x3 \\ 2x3 & -3x3 & 4x3 \end{pmatrix}_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 3 & -3 & -6 \\ 0 & 15 & 9 \\ 6 & -9 & 12 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

การคูณเมตริกซ์ด้วยเมตริกซ์

กำหนดให้เมตริกซ์ 2 เมตริกซ์ ใดๆ คือ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ และ $B = [b_{ij}]_{k \times l}$ เมตริกซ์ A จะคูณกับเมตริกซ์ B ได้ก็ต่อเมื่อ $n = k$ และผลคูณของ AB จะมีขนาด $m \times l$

$$\text{นั้นคือ } A \times B = C = [c_{ij}]_{m \times l}$$

ซึ่ง C เป็นเมตริกซ์ ที่เกิดจาก A x B ดังนั้นจะสรุปได้ว่า

เมตริกซ์ A จะคูณกับเมตริกซ์ B ได้ ก็ต่อเมื่อ จำนวนหลักของเมตริกซ์ A เท่ากับจำนวนแถวของเมตริกซ์ B และ ผลคูณที่ได้จะเป็นเมตริกซ์ C ซึ่งมีจำนวนแถวเท่ากับจำนวนแถวของ A และมีจำนวนหลักเท่ากับจำนวนหลักของ B

“ การเรียนรู้เป็นไปได้ยาก ถ้าจะทำให้ใครสักคนเรียนในสิ่งที่ตนคิดว่ารู้แล้ว ”

Ex. 5 จงพิจารณาว่าเมตริกซ์ 2 เมตริกซ์ ในข้อใดที่คูณกันได้ และถ้าคูณกันได้ ผลคูณจะเป็นเมตริกซ์ที่มีขนาดเท่าใด

1. $A = [a_{ij}]_{1 \times 3}$, $B = [b_{ij}]_{1 \times 3}$ คูณไม่ได้ หลัก A (3) ไม่เท่า แถว B (1)

2. $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$, $B = [b_{ij}]_{3 \times 4}$ คูณได้ หลัก A (3) เท่ากับ แถว B (3) ได้เมตริกซ์ คือ $C = [c_{ij}]_{2 \times 4}$

3. $A = [a_{ij}]_{3 \times 5}$, $B = [b_{ij}]_{3 \times 4}$ คูณไม่ได้ หลัก A (5) ไม่เท่า แถว B (3)

4. $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$, $B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$ คูณไม่ได้ หลัก A (2) ไม่เท่า แถว B (3)

5. $A = [a_{ij}]_{1 \times 3}$, $B = [b_{ij}]_{3 \times 1}$ คูณได้ หลัก A (3) เท่ากับ แถว B (3) ได้เมตริกซ์ คือ $C = [c_{ij}]_{1 \times 1}$

“ ถ้าเราถามอาจจะดูโง่แค่ชั่วครู่ แต่ถ้าไม่ถาม จะโง่ไปชั่วชีวิต ”

1. จงหาผลคูณของเมตริกซ์ต่อไปนี้

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{2 \times 2} \qquad B = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}_{2 \times 2}$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}_{1 \times 3} \qquad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}_{3 \times 2}$$

ก. A x B   ข. C x D   ค. A x D

ก. $A \times B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{2 \times 2} \times \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}_{2 \times 2}$

$$= \begin{pmatrix} (1)(4) + (2)(-1) & (1)(-3) + (2)(-2) \\ (1)(4) + (3)(-1) & (1)(-3) + (3)(-2) \end{pmatrix}_{2 \times 2}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 9 \end{pmatrix}_{2 \times 2}$$

ตอบ

ข. C x D

$$C \times D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}_{1 \times 3} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}_{3 \times 2}$$

ผลลัพธ์ที่ได้ คือ แถวของ C
และ หลักของ D

หลักของ C เท่ากับ แถวของ D

$$C \times D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \end{pmatrix}_{1 \times 2}$$

$$= \begin{pmatrix} (2)(1)+(-4)(3)+(5)(-4) & (2)(0)+(-4)(2)+(5)(5) \end{pmatrix}_{1 \times 2}$$

$$= \begin{pmatrix} -30 & 17 \end{pmatrix}_{1 \times 2}$$

ตอบ

ค. A x D

$$A \times D = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{2 \times 2} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}_{3 \times 2}$$

หลักของ A ไม่เท่ากับ แถวของ D

ดังนั้น A x D จึงไม่สามารถคูณกันได้

สรุป หลักของตัวตั้งต้องเท่ากับแถวของตัวคูณเท่านั้นและผลคูณที่ได้ก็คือ แถวของตัวตั้งและหลักของตัวคูณ

" ความดี เป็นการลงทุนประเภทเดียวที่ไม่เคยทำให้ใครล้มละลาย "

เมตริกซ์สลับเปลี่ยน (Transpose of a Matrix)

เมตริกซ์ สลับเปลี่ยน ของเมตริกซ์ A คือ เมตริกซ์ที่ได้จากการสลับเปลี่ยนของแถวและหลัก

เราใช้ A^T (อ่านว่า เอ ทรานสโพส) แทนเมตริกซ์ สลับเปลี่ยน ของ A คือ

เช่น

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}_{3 \times 2}$$

แถวที่ 1 สลับไป หลักที่ 1

แถวที่ 2 สลับไป หลักที่ 2

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}_{2 \times 3}$$

หมายเหตุ $(AB)^T = B^T A^T$

" ความรัก ไม่ใช่งานเลี้ยง ฉะนั้นอย่าได้มีวันเลิกรา "

ดีเทอร์มิแนนต์ (Determinants)

ดีเทอร์มิแนนต์หรือตัวกำหนด เป็นจำนวนจริงที่อยู่คู่กับ เมตริกซ์จัตุรัส ทุกเมตริกซ์ ดีเทอร์มิแนนต์ของเมตริกซ์ A เขียนแทนด้วย det.A หรือ |A|

สำหรับดีเทอร์มิแนนต์ของ เมตริกซ์จัตุรัส n x n เราเรียกว่า ดีเทอร์มิแนนต์อันดับ n

เช่น

1. ถ้า A= [4] เรียก det.A ว่าดีเทอร์มิแนนต์อันดับ 1
2. ถ้า $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$ เรียก det.B ว่าดีเทอร์มิแนนต์อันดับ 2

ตัวอย่าง

1. A = [3] det.A = 3
2. A = [-5] det.A = -5
3. A = [-2.5] det.A = -2.5

การหาดีเทอร์มิแนนต์อันดับ 2 ขึ้นไป มีวิธีการดังนี้

การหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ โดยการคูณทะแยง

การหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ โดยการคูณทแยงจะหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ อันดับ 2 และ 3 เท่านั้น

กำหนด $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$

$$\det.A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$$

\- +

* คูณลงเป็น + (บวก) คูณขึ้นเป็น – (ลบ)

เช่น $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} = (3)(-2) - (4)(5) = -6 - 20 = -26$

$B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} = (1)(4) - (-3)(-2) = 4 - 6 = -2$

การหาดีเทอร์มิแนนต์อันดับ 3

$$\text{กำหนด} \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

หา det.A สามารถหาได้โดยการนำหลักที่ 1 และ หลักที่ 2 มาเขียนเพิ่มท้ายหลักที่ 3 จะได้

$$\begin{array}{cccccc} & & & - & - & - \\ \text{det.A} = & \left(\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{matrix}\right) & \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix} & & & \\ & & & + & + & + \end{array}$$

คูณขึ้น คิด – (ลบ)

คูณลง คิด + (บวก)

$$\text{จะได้ det.A} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{32}a_{23}a_{11} - a_{33}a_{21}a_{12}$$

“ สันดาน เปรียบเสมือนเตียงนอนแสนสบายที่ลงไปนอนง่าย แต่ลุกขึ้นยาก ”

Ex.6 จงหา det.A เมื่อกำหนดให้ $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 2 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$

$$\det.A = \left|\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 2 \end{array}\right| \begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 3 & 2 \\ 4 & 2 \end{array}$$

$$\det.A = (1)(2)(2) + (2)(3)(4) + (1)(3)(2) - (4)(2)(1) - (2)(3)(1) - (2)(3)(2)$$

$$\det.A = 4 + 24 + 6 - 8 - 6 - 12$$

$$\det.A = 34 - 26 = 8$$ ตอบ

* การคูณเครื่องหมาย (-)(-) = + และ (+)(+) = + (เหมือนกันเป็นบวก)

(-)(+) = - และ (+)(-) = - (ต่างกันเป็นลบ)

การหาดีเทอร์มิแนนต์โดยวิธีการกระจายโคแฟกเตอร์

การหาค่าดีเทอร์มิแนนต์โดยการกระจายโคแฟกเตอร์ เป็นวิธีที่ใช้ได้กว้างขวาง เนื่องจาก ใช้หาค่าดีเทอร์มิแนนต์ตั้งแต่อันดับ 2 ขึ้นไป ซึ่งก่อนอื่นต้องมีความรู้เรื่องการหา ไมเนอร์ (Minor) และโคแฟกเตอร์ (Cofactor) ก่อน

ไมเนอร์ (Minor)

ไมเนอร์ (Minor) หรือ M_{ij} คือ ดีเทอร์มิแนนต์ของเมตริกซ์ ที่เกิดจากการตัดแถวที่ i และหลักที่ j ทิ้งไป

เช่น $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$

M_{11} = การตัดแถวที่ 1 หลักที่ 1 จะได้ $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} = -2$

M_{21} = การตัดแถวที่ 2 หลักที่ 1 จะได้ $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} = 5$

Ex7. กำหนดให้ $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$ จงหา M_{11} , M_{23} และ M_{32}

วิธีทำ

$$M_{11} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = -4 - (-2) = -2$$ ตอบ

$$M_{23} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = -2 - (2) = -4$$ ตอบ

$$M_{32} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = 1 - 0 = 1$$ ตอบ