



สถิติเชิงพรรณนา(ต่อ)

การวัดการกระจาย

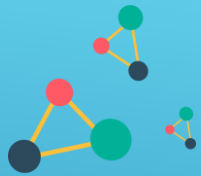


ผศ.ดร.ธนวัฒน์ ศรีศิริวัฒน์

สาขาวิชาคณิตศาสตร์

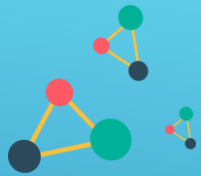
คณะครุศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา



การวัดการกระจาย

การวัดการกระจาย (measure of variation) เป็นการพิจารณาถึงลักษณะการกระจายของข้อมูลว่ามีการกระจายมากน้อยเพียงใดเพื่อประกอบการเลือกข้อมูลเมื่อข้อมูลแต่ละชุดมีการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางเท่ากัน โดยแบ่งได้ 2 วิธี คือ การวัดการกระจายสัมบูรณ์ และการวัดการกระจายสัมพัทธ์ มีรายละเอียดดังนี้



การวัดการกระจาย

1. การวัดการกระจายสัมบูรณ์ (measure of absolute variation)

เป็นการวัดการกระจายของข้อมูลเพียงชุดเดียวเพื่อเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าสังเกตของข้อมูล โดยการวัดการกระจาย ที่นิยมใช้มี 5 ชนิดดังนี้

1.1 พิสัย (range) เป็นค่าความแตกต่างระหว่างค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของข้อมูลหนึ่งๆ ในกรณีไม่แจกแจงความถี่ หาได้จาก

$$\text{พิสัย} = \text{ค่าสูงสุด} - \text{ค่าต่ำสุด}$$

$$(R = X_{\max} - X_{\min})$$

ตัวอย่าง จงหาพิสัยของข้อมูลต่อไปนี้

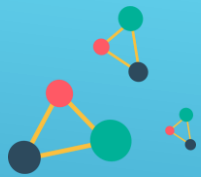
12 15 8 12 19 22 10 20

วิธีทำ เนื่องจากค่าสูงสุด คือ 22 และค่าต่ำสุด คือ 8

และ
$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

จะได้
$$R = 22 - 8 = 14$$

ดังนั้น พิสัยของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 14 #



การวัดการกระจาย

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ (quartile deviation) เป็นค่าครึ่งหนึ่งของผลต่างระหว่างควอร์ไทล์ที่ 3 กับควอร์ไทล์ที่ 1 โดยการหาส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ทั้งกรณีที่ยังไม่แจกแจงความถี่ และกรณีที่การแจกแจงความถี่ หาได้จาก

$$Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

เมื่อ	Q.D.	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์
	Q_3	แทน	ค่าของข้อมูล ณ ตำแหน่งควอร์ไทล์ที่ 3
	Q_1	แทน	ค่าของข้อมูล ณ ตำแหน่งควอร์ไทล์ที่ 1

ตัวอย่าง คะแนนสอบของนักเรียน 11 คน เป็นดังนี้

21 23 25 25 28 29 32 36 39 39

จงหาส่วนเบี่ยงควอร์ไทล์

วิธีทำ หา Q_1

จากตำแหน่ง $Q_r = \frac{r(N+1)}{4}$

จะได้ตำแหน่ง $Q_1 = \frac{\dots \times (\dots + 1)}{4} = \dots$

แสดงว่าคะแนน Q_1 อยู่ในตำแหน่งที่ 3

ดังนั้น $Q_1 = \dots$

หา Q_3

จากตำแหน่ง $Q_r = \frac{r(N+1)}{4}$

จะได้ตำแหน่ง $Q_3 = \frac{3(\dots\dots+1)}{\dots\dots} = \dots\dots$

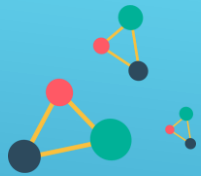
แสดงว่าคะแนน Q_3 อยู่ในตำแหน่งที่ 9

ดังนั้น $Q_3 = \dots\dots\dots$

และ $Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

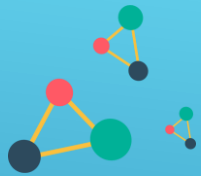
จะได้ $Q.D. = \frac{\dots\dots - \dots\dots}{\dots\dots} = \dots\dots\dots$

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ของคะแนนสอบเท่ากับ คะแนน #



การวัดการกระจาย

1.3 ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (mean deviation หรือ average deviation) เป็นค่าที่ได้จากการเฉลี่ยของค่าเบี่ยงเบนของข้อมูลแต่ละตัวที่เบี่ยงเบนไปจากค่าเฉลี่ยของข้อมูลชุดนั้น ซึ่งแตกต่างกับพิสัย และส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ ที่คำนวณเฉพาะค่าของข้อมูลบางค่าเท่านั้นโดยแบ่งได้ 2 กรณีดังนี้



การวัดการกระจาย

1.3.1 ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยในกรณีข้อมูลไม่แจกแจงความถี่ สามารถ

คำนวณได้จากสูตร

$$M.D. = \frac{\sum_{i=1}^k |X_i - \bar{X}|}{n}$$

เมื่อ	MD.	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย
	X_i	แทน	ค่าหรือคะแนนของข้อมูลที่ i
	$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนั้น
	n	แทน	จำนวนข้อมูลทั้งหมด

ตัวอย่าง คะแนนสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักศึกษา 5 คน เป็นดังนี้

1 2 3 4 5

จงหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของคะแนนสอบย่อยในครั้งนี้

วิธีทำ เนื่องจากเป็นข้อมูลไม่แจกแจงความถี่จะได้

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3$$

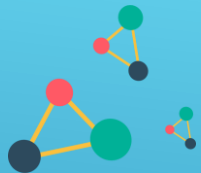
จาก

$$M.D. = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - \bar{X}|}{n}$$

$$M.D. = \frac{|1-3| + |2-3| + |3-3| + |4-3| + |5-3|}{5}$$

$$= \frac{\dots\dots\dots}{5} = \dots\dots$$

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของคะแนนสอบย่อยเท่ากับ คะแนน #



การวัดการกระจาย

1.3.2 ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยในกรณีข้อมูลแจกแจงความถี่
สามารถคำนวณได้จากสูตร

$$\text{M.D.} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i |X_i - \bar{X}|}{n}$$

ตัวอย่าง จงหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งได้คะแนน ดังนี้

คะแนน	จำนวนนักเรียน
11 - 15	2
16 - 20	3
21 - 25	3
26 - 30	4
31 - 35	6
36 - 40	3
41 - 45	2
46 - 50	2
51 - 55	1
56 - 60	1

วิธีทำ จากข้อมูลนำมาสร้างตารางเพิ่มเติมได้ ดังนี้

คะแนน	จุดกึ่งกลางชั้น (X_i)	ความถี่ (f_i)	$f_i X_i$	$ X_i - \bar{X} $	$f_i X_i - \bar{X} $
11 - 15	13	2	26	19.07	38.14
16 - 20	18	3	54	14.07	42.21
21 - 25	23	3	69	9.07	27.21
26 - 30	28	4	112	4.07	16.28
31 - 35	33	6	198	0.93	5.58
36 - 40	38	3	114	5.93	17.79
41 - 45	43	2	86	10.93	21.86
46 - 50	48	2	96	15.93	31.86
51 - 55	53	1	53	20.93	20.93
56 - 60	58	1	58	25.93	25.93
รวม		27	866		247.79

เนื่องจาก
$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i X_i}{n}$$

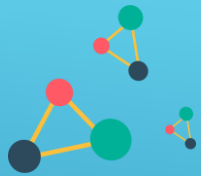
จะได้
$$\bar{X} = \frac{866}{27} = 32.07$$

โดยหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยจาก

$$M.D. = \frac{\sum_{i=1}^k f_i |X_i - \bar{X}|}{n}$$

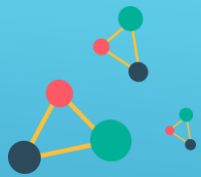
$$M.D. = \frac{247.79}{27} = 9.18$$

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของคะแนนสอบของนักเรียนเท่ากับ 9.18 คะแนน ฯ



การวัดการกระจาย

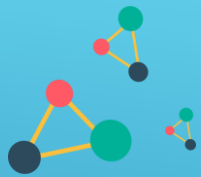
1.4 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) เป็นการวัดการกระจายของข้อมูลที่มักนิยมใช้ ด้วยเป็นการหารากที่สองของค่าเฉลี่ยของกำลังสองของค่าเบี่ยงเบนของข้อมูลแต่ละตัวที่เบี่ยงเบนจากค่าเฉลี่ยของข้อมูลชุดนั้น โดยแบ่งได้ 2 กรณี มีรายละเอียดดังนี้



การวัดการกระจาย

1.4.1 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานกรณีข้อมูลไม่แจกแจงความถี่
สามารถคำนวณได้จากสูตรดังนี้

$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - \mu^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}\right)^2} \\ S &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{X}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{n\sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n(n-1)}}\end{aligned}$$



เมื่อ

การวัดการกระจาย

σ	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร
S	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
μ	แทน	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากร
$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของกลุ่มตัวอย่าง
X_i	แทน	ค่าหรือคะแนนต่างๆ ของข้อมูลที่ i
N	แทน	จำนวนข้อมูลของประชากร
n	แทน	จำนวนข้อมูลของกลุ่มตัวอย่าง

ตัวอย่าง กลุ่มถนาคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 6 คนได้ข้อมูล ดังนี้

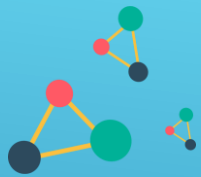
30 28 25 27 23 24

จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มนี้

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\text{จาก } S &= \sqrt{\frac{n \sum X_i^2 - \left(\sum X_i \right)^2}{n(n-1)}} \\ S &= \sqrt{\frac{6(30^2 + 28^2 + 25^2 + 27^2 + 23^2 + 24^2) - (30 + 28 + 25 + 27 + 23 + 24)^2}{6(6-1)}} \\ S &= \sqrt{\frac{6(900 + 784 + 625 + 729 + 529 + 576) - (157)^2}{6(5)}} \\ S &= \sqrt{\frac{24,858 - 24,649}{30}} \\ S &= 2.64\end{aligned}$$

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบของนักเรียนเท่ากับ 2.64 คะแนน #



การวัดการกระจาย

1.4.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานกรณีข้อมูลแจกแจงความถี่ สามารถหาคำนวณได้จากสูตรดังนี้

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (X_i - \mu)^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i X_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^k f_i X_i}{N} \right)^2}$$
$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{n \sum f_i X_i^2 - (\sum f_i X_i)^2}{n(n - 1)}}$$

ตัวอย่าง จากการสำรวจน้ำหนักของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/4 ทั้งหมดของโรงเรียน
แห่งหนึ่ง ได้ข้อมูลดังนี้ (กิโลกรัม)

น้ำหนัก	จำนวนนักเรียน
40 - 44	7
45 - 49	15
50 - 54	10
55 - 59	6
60 - 64	2

จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/4 ทั้งหมด
ของโรงเรียนแห่งนี้

วิธีทำ จากข้อมูลนำมาสร้างตารางเพิ่มเติมได้ ดังนี้

น้ำหนัก	X_i	X_i^2	f_i	$f_i X_i$	$f_i X_i^2$
40 - 44	42		7	294	
45 - 49	47	2,209	15		33,135
50 - 54	52		10	520	27,040
55 - 59	57	3,249	6		
60 - 64	62		2	124	
รวม			40	1,985	99,705

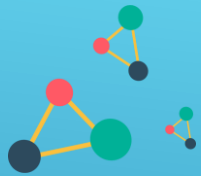
จาก

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i X_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^k f_i X_i}{N} \right)^2}$$

แทนค่า

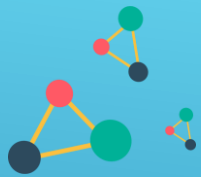
$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{\frac{99,705}{40} - \left(\frac{1,985}{40} \right)^2} \\ \sigma &= \sqrt{\frac{3,988,200 - \dots}{1,600}} \\ \sigma &= \dots\end{aligned}$$

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/4 ของโรงเรียนแห่งนี้ เท่ากับ 5.48 กิโลกรัม #



การวัดการกระจาย

1.5 ความแปรปรวน (variance) เป็นค่ากำลังสองของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ดังนั้นการคำนวณค่าความแปรปรวนสามารถคำนวณเช่นเดียวกับค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แต่ไม่ต้องถอดรากที่สอง นั่นคือเท่ากับค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานยกกำลังสอง ในกรณีประชากรจะแทนด้วยสัญลักษณ์ และความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่างแทนด้วยสัญลักษณ์ คำนวณได้ดังนี้

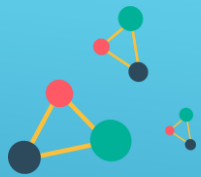


การวัดการกระจาย

1.5.1 ความแปรปรวนของประชากรและกลุ่มตัวอย่างกรณีข้อมูลไม่
แจกแจงความถี่ สามารถหาได้ดังนี้

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \right)^2$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{X}^2}{n-1} = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n(n-1)}$$



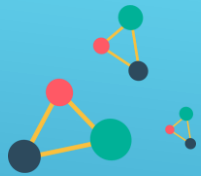
การวัดการกระจาย

1.5.2 ความแปรปรวนของประชากรและกลุ่มตัวอย่างกรณีข้อมูล

แจกแจงความถี่ สามารถหาได้ดังนี้

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (X_i - \mu)^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i X_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^k f_i X_i}{N} \right)^2$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (X_i - \bar{X})^2}{n - 1} = \frac{n \sum_{i=1}^k f_i X_i^2 - (\sum_{i=1}^k f_i X_i)^2}{n(n - 1)}$$



การวัดการกระจาย

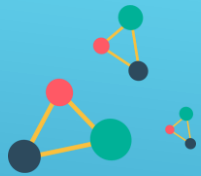
2. การวัดการกระจายสัมพัทธ์ (relative variation) เป็นการหาค่าเพื่อเปรียบเทียบ การกระจายระหว่างข้อมูลมากกว่าหนึ่งชุด ซึ่งเหมาะสำหรับข้อมูลที่แตกต่างกันมากจึงหาอัตราส่วนของค่าที่ได้จากการวัดการกระจาย สัมบูรณ์กับค่ากลางของข้อมูลชุดนั้นๆ ซึ่งมีอยู่ 4 ชนิด ได้แก่

สัมประสิทธิ์ของพิสัย (C.R.)

สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ (C.Q.D.)

สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (C.M.D.)

สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน (C.V.)



การวัดการกระจาย

$$\text{สัมประสิทธิ์ของพิสัย (C.R.)} = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{X_{\max} + X_{\min}}$$

$$\text{สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ (C.Q.D.)} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$\text{สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (C.M.D.)} = \frac{M.D.}{\bar{X}}$$

$$\text{สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน (C.V.)} = \frac{S}{\bar{X}} \times 100\%$$

ตัวอย่าง จากการทดสอบย่อยครั้งหนึ่งกับนักศึกษา 2 หมู่เรียน ได้ข้อมูล ดังนี้

หมู่เรียน	คะแนนเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
01	14.25	2.14
02	15.38	4.24

จงหาสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของคะแนนนักศึกษาหมู่เรียน 01 และหมู่เรียน 02 พร้อมให้อธิบาย

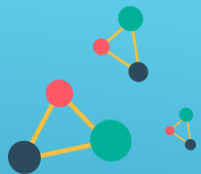
วิธีทำ 1) สัมประสิทธิ์ของการแปรผันของคะแนนนักศึกษาหมู่เรียน 01

$$\begin{aligned}\text{จาก } \text{สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน} &= \frac{S}{\bar{X}} \times 100 \\ \text{สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน} &= \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \times 100 \\ &= 15.02 \%\end{aligned}$$

2) สัมประสิทธิ์ของการแปรผันของคะแนนนักศึกษาหมู่เรียน 02

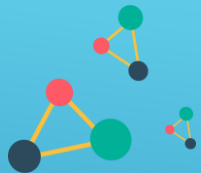
$$\begin{aligned}\text{จาก } \text{สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน} &= \frac{S}{\bar{X}} \times 100 \\ \text{สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน} &= \frac{\dots\dots\dots}{15.38} \times 100 \\ &= \dots\dots\dots \%\end{aligned}$$

ดังนั้น จาก 1) และ 2) จะได้ว่านักศึกษาหมู่เรียน 01 มีการกระจายของคะแนนน้อยกว่านักศึกษาหมู่เรียน 02 #



ตาราง การเลือกใช้การวัดการกระจาย

การวัดการกระจาย	ระดับการวัด			
	นามบัญญัติ	เรียงอันดับ	อันตรภาค	อัตราส่วน
พิสัย	-	-	✓	✓
ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์	-	✓	✓	✓
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	-	-	✓	✓
ความแปรปรวน	-	-	✓	✓



อ้างอิง

ธนวัฒน์ ศรีศิริวัฒน์. (2560). สถิติเพื่อการวิจัย.

กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา.