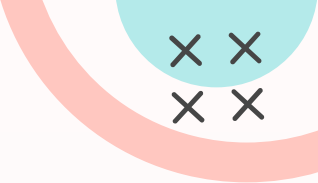


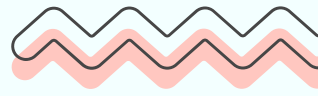
บทที่ ๑ การสูมตัวอย่างและ การประมาณค่า

คณะวิทยาการจัดการ บริหารธุรกิจ
ผส ตร มโนยา มีนคร



ทฤษฎีการประมาณค่า □ Estimation Theory □

เนื่องจากเรามักหาค่าของประชากรที่เรียกว่า พารามิเตอร์ โดยตรงไม่ได้ จึงตรงประมาณค่าพารามิเตอร์ ที่เราต้องการทราบจากค่าที่คำนวณได้จากกลุ่มตัวอย่างที่เรียกว่า ค่าสถิติ การประมาณค่ามี ๒ แบบ คือ การประมาณค่าแบบช่วง และการประมาณค่าแบบจุด



การประมาณค่า หมายถึง พังค์ชันของตัวแปรสุ่ม ซึ่งใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ที่สนใจจะศึกษา โดยใช้สัญลักษณ์ดังนี้

ค่าพารามิเตอร์	ตัวประมาณค่า
ค่าเฉลี่ยประชากร (μ)	ค่าเฉลี่ยกลุ่มตัวอย่าง ($\bar{X}$)
ค่าสัดส่วนประชากร (P)	ค่าสัดส่วนกลุ่มตัวอย่าง ($\hat{p}$)
ค่าความแปรปรวนประชากร (σ^2)	ค่าความแปรปรวนกลุ่มตัวอย่าง (S^2)
ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานประชากร (σ)	ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานกลุ่มตัวอย่าง (S)
ผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยประชากร 2 กลุ่ม ($\mu_1 - \mu_2$)	ผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม ($\bar{X}_1 - \bar{X}_2$)
ผลต่างระหว่างค่าสัดส่วนประชากร 2 กลุ่ม ($p_1 - p_2$)	ผลต่างระหว่างค่าสัดส่วนกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม ($\hat{p}_1 - \hat{p}_2$)

การประมาณค่า

การประมาณค่าแบบจุด (Point Estimation) หรือเรียกว่าการประมาณค่าเดียว เป็นการคำนวณหาค่าสถิติตัวหนึ่งจากข้อมูลตัวอย่าง แล้วนำค่าที่ได้ไปเป็นค่าประมาณพารามิเตอร์ เช่น การใช้ค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง ($\bar{X}$) เป็นตัวประมาณค่าเฉลี่ยของพารามิเตอร์ประชากร (μ) หรือการใช้ค่าสัดส่วนของตัวอย่าง $\hat{P}$ เป็นตัวประมาณค่าสัดส่วนของพารามิเตอร์ประชากร (P)

การประมาณค่าแบบจุด เป็นค่าประมาณค่า เพียงค่าเดียวที่มีโอกาสเท่ากับหรือไม่เท่ากับค่าพารามิเตอร์ก็ได้ มีโอกาสคลาดเคลื่อนจากค่าพารามิเตอร์ของประชากรสูง จึงไม่นิยมนำมาใช้เพื่อประมาณค่ากันมากนัก

การประมาณแบบช่วง (Interval Estimation) เป็นการประมาณว่าค่าพารามิเตอร์ของประชากร จะอยู่ในช่วงใดช่วงหนึ่ง ที่มีค่าอยู่ระหว่างค่าสองค่า คือ a หรือ L และ b หรือ u

L = ขอบเขตต่ำ (lower limit) และ

U = ขอบเขตสูง (upper limit)

สมมติว่าพารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณในประชากรหนึ่ง คือ θ ค่าประมาณแบบเป็นช่วงของ θ นี้ จะอยู่ในช่วง $L < \theta < U$ โดยใช้ข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง เช่น

รายได้เฉลี่ยต่อเดือนของคนในเขตกรุงเทพมหานคร อยู่ในช่วง 3,500 ถึง 5,500

นั่นคือ $3,500 < \mu < 5,500$

หรือสัดส่วนของนักเรียนที่จบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของประเทศไทยและเรียนต่อในสาย

อาชีพ อยู่ระหว่าง 0.39 ถึง 0.67 นั่นคือ $0.35 < p < 0.67$



การประมาณค่า

การประมาณค่าแบบช่วง

หมายถึง การประมาณค่าพารามิเตอร์ออกมาเป็นช่วงตัวเลข มีค่าต่ำสุด (a) และค่าสูงสุด (b) ที่คาดว่าจะคลุมค่าพารามิเตอร์ที่จะประมาณค่า อาจจะกว้างหรือแคบ

การประมาณค่าแคบ หมายถึง โอกาสที่ค่าพารามิเตอร์จะตกอยู่ในช่วงนั้นมีน้อยแต่ผลที่ได้รับจะมีความแม่นยำสูง

การประมาณค่ากว้าง หมายถึง โอกาสที่ค่าพารามิเตอร์จะตกอยู่ในช่วงนั้นมีมากแต่ผลที่ได้รับจะมีความแม่นยำต่ำ หรืออาจใช้ไม่ได้เลยถ้าช่วงกว้างเกินไป

การประมาณค่า

การประมาณค่าแบบช่วง

เช่น ถ้าเราต้องการประมาณอายุเฉลี่ยของคนที่จะเรียนจบปริญญาตรี μ โดยทำการสุ่มตัวอย่างจากบัณฑิต 100 คน ได้ $\bar{x} = 22$ ถ้าเราทำการประมาณค่าเป็นช่วงว่าคนที่จบปริญญาตรีจะมีอายุระหว่าง

ช่วงที่ 1 1 ปี – 100 ปี

ช่วงที่ 2 10 ปี – 50 ปี

ช่วงที่ 3 15 ปี – 30 ปี

จะเห็นได้ว่าช่วงที่ 1 กว้างมากที่สุด มีความถูกต้อง 100% เพราะบัณฑิตทุกคนจะมีอายุตกอยู่ในช่วงนี้แน่นอน แต่เราจะไม่ได้ภาพพจน์อะไรจากการประมาณค่านี้เลย

ช่วงที่ 2 แคบเข้ามาแต่ยังให้ค่าประมาณที่ไม่ชัด โอกาสที่ μ จะอยู่ในช่วงที่ 2 น้อยกว่าช่วงที่ 1

ช่วงที่ 3 แคบกว่าช่วงที่ 2 เห็นภาพพจน์ว่าคนที่จบปริญญาตรีมีอายุ 15-30 ปี ใกล้เคียงกับค่าที่ควรจะเป็นมากขึ้น โอกาสที่ μ จะตกอยู่ในช่วงนี้น้อยกว่าช่วงที่ 1 และช่วงที่ 2

การประมาณค่า

สัมประสิทธิ์แห่งความเชื่อมั่น

ชื่อช่วงมักบอกเป็นค่าความน่าจะเป็นเมื่อคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ เช่น ช่วงความเชื่อมั่น 95% หมายถึง ช่วงที่แน่ใจด้วยความน่าจะเป็น .95 ที่จะครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ ถ้าให้ $0 < \alpha < 1$ และกำหนดให้ $1-\alpha$ เป็นสัมประสิทธิ์แห่งความเชื่อมั่น เราจะเรียกช่วงดังกล่าวว่า $(1-\alpha)$ 100% $(1-\alpha)$ เป็นค่าความน่าจะเป็นที่แสดงถึงความเชื่อมั่นด้วยแต่มักจะเขียนในรูปเปอร์เซ็นต์ค่าจุดปลายทั้งสองข้างคือ a และ b โดยทั่วไปจะเขียนอยู่ในลักษณะ $p (a < \theta < b)$

แบบประชากรและการสุ่มตัวอย่าง

1. **ประชากร** หมายถึง ข้อมูลทั้งหมดที่ผู้วิจัยสนใจเป็น คน สัตว์ สิ่งของ เป็นต้น
2. **กลุ่มตัวอย่าง** หมายถึง ส่วนหนึ่งของประชากรที่ผู้วิจัยเลือกใช้เป็นตัวแทนที่ดีที่สุด
3. **พารามิเตอร์** หมายถึง ค่าแสดงลักษณะของประชากร เช่น P
4. **ค่าสถิติ** หมายถึง ค่าที่แสดงถึงลักษณะของกลุ่มตัวอย่าง เช่น X, s, P
5. **การหาขนาดตัวอย่าง**

โดยการใช้ตารางสำเร็จรูปของ Krejcie and Morgan โดยคำนวณจากสูตร

โดยตารางสำเร็จรูปของ Yamane โดยคำนวณจากสูตร

การประมาณค่า

□ การใช้ตารางค่า Z หาค่า α

ตารางที่ 5 UPPER CRITICAL VALUES OF THE t-DISTRIBUTION

n	t _{α; n}					n
	α = .10	α = .05	α = .025	α = .01	α = .005	
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	1
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	2
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	3
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	4
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	6
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	7
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	8
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	9
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	10
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	11
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	12
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	13
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	14
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	15
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	16
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	17
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	18
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	19
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	20
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	21
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	22
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	23
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	24
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	25
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	26
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	27
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	28
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	29
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	inf.

การประมาณค่าเฉลี่ยของประชากร

การประมาณค่าเฉลี่ยของประชากรกลุ่มเดียว

1 การประมาณค่าแบบจุด เป็นการคำนวณหาค่าเฉลี่ย

จากข้อมูลกลุ่มตัวอย่าง ไม่ว่าข้อมูลนั้นจะแจกแจงแบบใดก็ตาม โดยใช้สูตรการคำนวณ ดังนี้

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

และ

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

เมื่อ

μ แทน ค่าเฉลี่ยของประชากร

X แทน ค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง

X_i แทน ค่าของลักษณะที่สนใจในหน่วย

N_i แทน ขนาดของประชากร

n แทน ขนาดของตัวอย่าง

ตัวอย่าง

คะแนนทดสอบวิชาสถิติและการวางแผนการทดลองของนักศึกษา จำนวน 12 คน

ข้อมูลเป็นดังนี้ 16 19 15 14 13 11 13 8 12 17 16 14 จงหาค่าประมาณ

คะแนนการสอบโดยเฉลี่ยของนักศึกษากลุ่มนี้

วิธีทำ ให้ X_i แทน คะแนนการสอบแต่ละคน

$$\begin{aligned} &= \frac{16 + 19 + 15 + 14 + 13 + 11 + 13 + 8 + 12 + 17 + 16 + 14}{12} \\ &= \frac{168}{12} \\ &= 14 \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าประมาณคะแนนสอบโดยเฉลี่ยของนักศึกษาเป็น 14 คะแนน

การประมาณค่าเฉลี่ยของประชากร

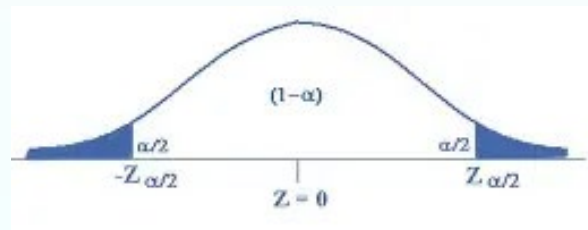
1. การหาค่าประมาณแบบช่วง การประมาณค่าเฉลี่ยของประชากรกลุ่มเดียว

แบบได้เป็น 3 กรณี

1. กรณีทราบความแปรปรวนของประชากร

ระดับความเชื่อมั่น $(1 - \alpha)100\%$ ที่นิยมใช้ในการประมาณค่าส่วนใหญ่มีค่าเป็น 90% 95% และ 99% จะได้ค่าประมาณแบบช่วงของค่าปกติมาตรฐาน² อยู่ระหว่าง

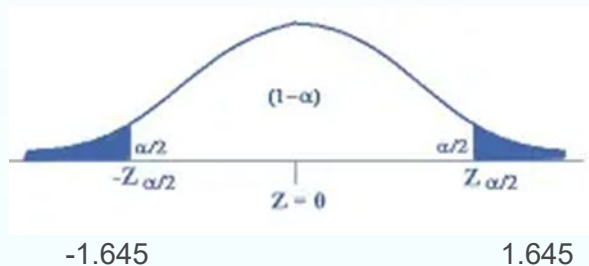
$$\text{สูตร } \bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



ตัวอย่าง จากคะแนนการเรียนวิชาสถิติและการวางแผนการตลาดของนักศึกษา ในรอบ 3 ปีที่ผ่านมา พบว่า คะแนนมีการแจกแจงปกติและมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10 คะแนน ในการเรียนภาคเรียนนี้จึงสุ่มนักศึกษามา 20 คน เพื่อหาคะแนนเฉลี่ยและพบว่ามีความเฉลี่ยเท่ากับ 63.5 คะแนน จงประมาณคะแนนเฉลี่ยของนักศึกษา ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% ($Z_{\alpha/2} = 1.645$)

วิธีทำ จากโจทย์ พบว่าประชากรมีการแจกแจงปกติ และทราบส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากรและ

$$\sigma = 10 \quad n = 20 \quad \bar{X} = 63.5 \quad \text{ระดับความเชื่อมั่น 90\%} \quad Z_{\alpha/2} = 1.645$$





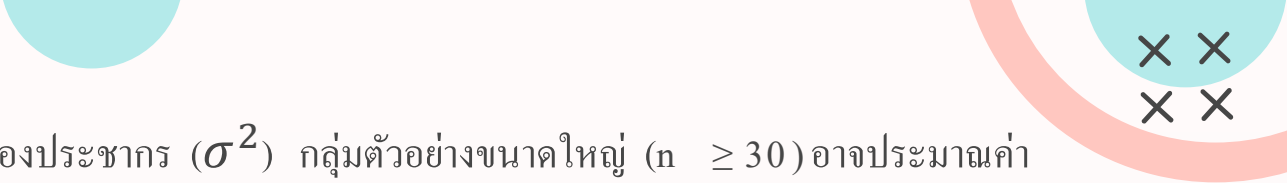
จากสูตรการประมาณค่า $\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

แทนค่า

$$\begin{aligned} &= 63.5 - 1.645 \left(\frac{10}{\sqrt{20}} \right) < \mu < 63.5 + 1.645 \left(\frac{10}{\sqrt{20}} \right) \\ &= 63.5 - 1.645 (2.237) < \mu < 63.5 + 1.645 (2.237) \\ &= 63.5 - 3.680 < \mu < 63.5 + 3.680 \\ &= 59.82 < \mu < 67.18 \end{aligned}$$

นักศึกษามีคะแนนเฉลี่ยระหว่าง 59.82 - 67.18 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

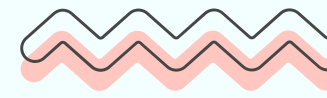




2. กรณีไม่ทราบความแปรปรวนของประชากร (σ^2) กลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ ($n \geq 30$) อาจประมาณค่าความแปรปรวนจากกลุ่มตัวอย่าง (S^2) ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)$ 100 % ของ μ คือ

สูตร
$$\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

☛ กรณีการแจกแจงแบบปกติ และไม่ทราบส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร σ และขนาดของตัวอย่างมากกว่าหรือเท่ากับ 30 ($n \geq 30$) ใช้ค่าสถิติ Z



□ ตัวอย่าง การสุ่มตัวอย่างร้านค้าตัดเสื้อสตรีมา 100 ร้าน มีรายได้เฉลี่ยเดือนละ 18,000 บาท ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 3,000 บาท จงหาช่วงความเชื่อมั่น 95% ของรายได้เฉลี่ยของร้านค้าตัดเสื้อสตรี $Z_{\alpha/2} = 1.96$

□ วิธีทำ

$$\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}}$$

กำหนดให้ $\bar{X} = 18,000$ บาท , $S = 3,000$ บาท และ $n = 100$

$$\alpha = 1 - 0.95 = 0.05$$

$$\alpha/2 = 0.025$$

□ วิธีทำ

จากตาราง $Z_{\alpha/2} = Z_{0.025} = 1.96$

แทนค่า $18,000 - 1.96 \frac{(3,000)}{\sqrt{100}} < \mu < 18,000 + 1.96 \frac{(3,000)}{\sqrt{100}}$

$$18,000 - 588 < \mu < 18,000 + 588$$

$$17,412 < \mu < 18,588$$

ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น 95% รายได้เฉลี่ยของร้านตัดเสื้ออยู่ระหว่าง 17,412 บาท ถึง 18,588 บาท

3. กรณีไม่ทราบความแปรปรวนของประชากร หรือไม่ทราบค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (σ) กลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก ($n < 30$)

สูตร
$$\bar{x} - t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

ซึ่งมีค่า $df = n - 1$

☞ กรณีมีการแจกแจงแบบปกติหรือใกล้เคียงปกติ และไม่ทราบส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร σ และขนาดของตัวอย่างน้อยกว่า 30 ใช้ค่าสถิติ t

❑ ตัวอย่าง จากการสอบถามแม่บ้าน 16 คน ที่ทำการเลือกมาจากแม่บ้านทั้งหมดที่อาศัยอยู่ในหมู่บ้านจัดสรรแห่งหนึ่งที่ดูหนังก่อนรายการข่าวทางโทรทัศน์ได้ค่าเฉลี่ยเป็น 25 วัน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2 วัน จงหาช่วงความเชื่อมั่น 90% ของ μ (ค่าเฉลี่ยของประชากร) ถ้าประชากรมีการแจกแจงปกติ $t_{\alpha/2} = 1.753$

❑ วิธีทำ

$$\bar{X} - t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$$



□ วิธีทำ

กำหนดให้ $\bar{X} = 25$ วัน , $S = 2$ วัน และ $n = 16$, $df = n - 1 = 15$

$$\alpha = 1 - 0.90 = 0.10$$

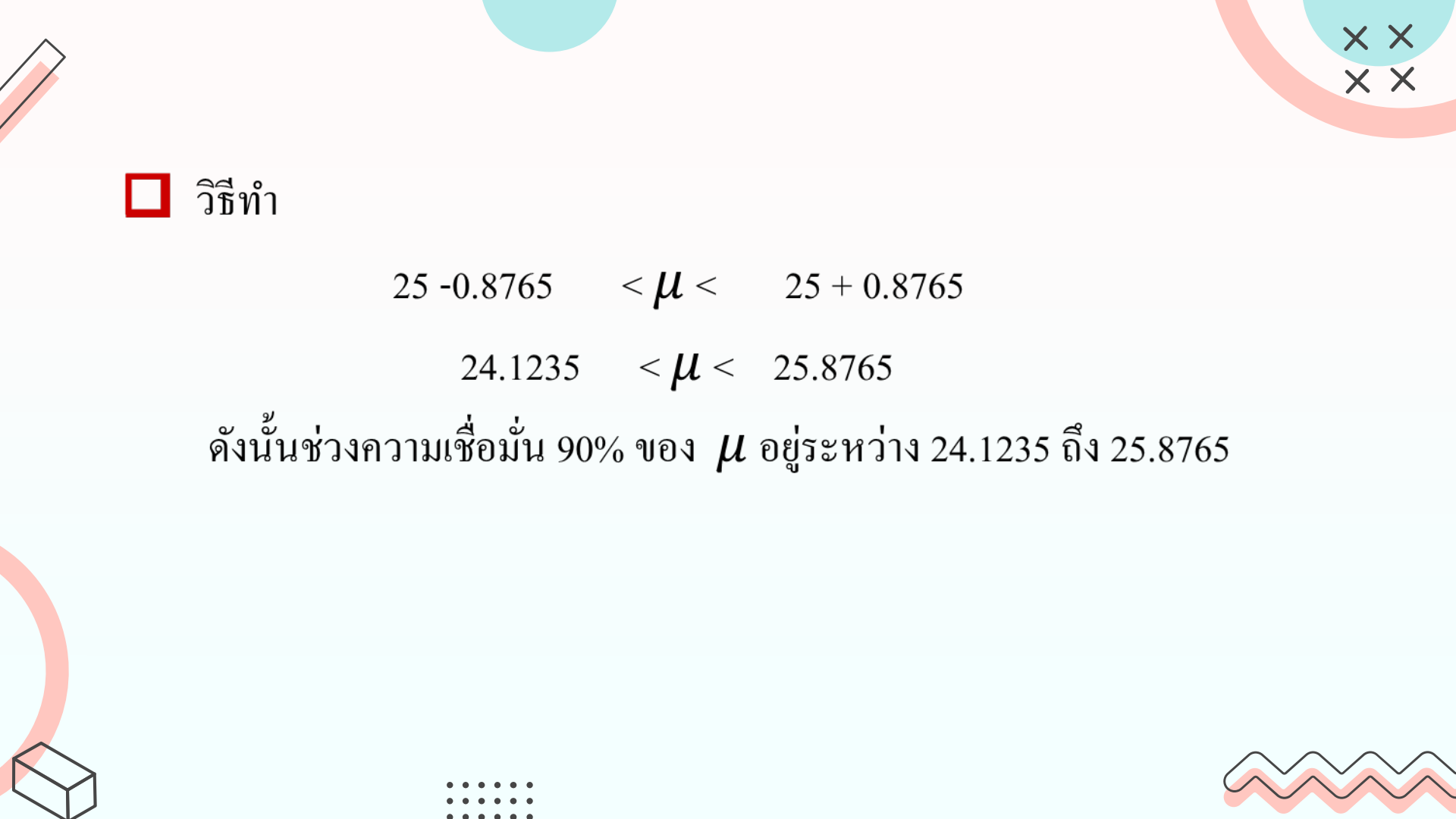
$$\alpha/2 = 0.05$$

จากตาราง $t_{\alpha/2} = t_{0.05} = 1.753$

แทนค่า

$$25 - 1.753 \frac{(2)}{\sqrt{16}} < \mu < 25 + 1.753 \frac{(2)}{\sqrt{16}}$$





□ วิธีทำ

$$25 - 0.8765 < \mu < 25 + 0.8765$$

$$24.1235 < \mu < 25.8765$$

ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น 90% ของ μ อยู่ระหว่าง 24.1235 ถึง 25.8765

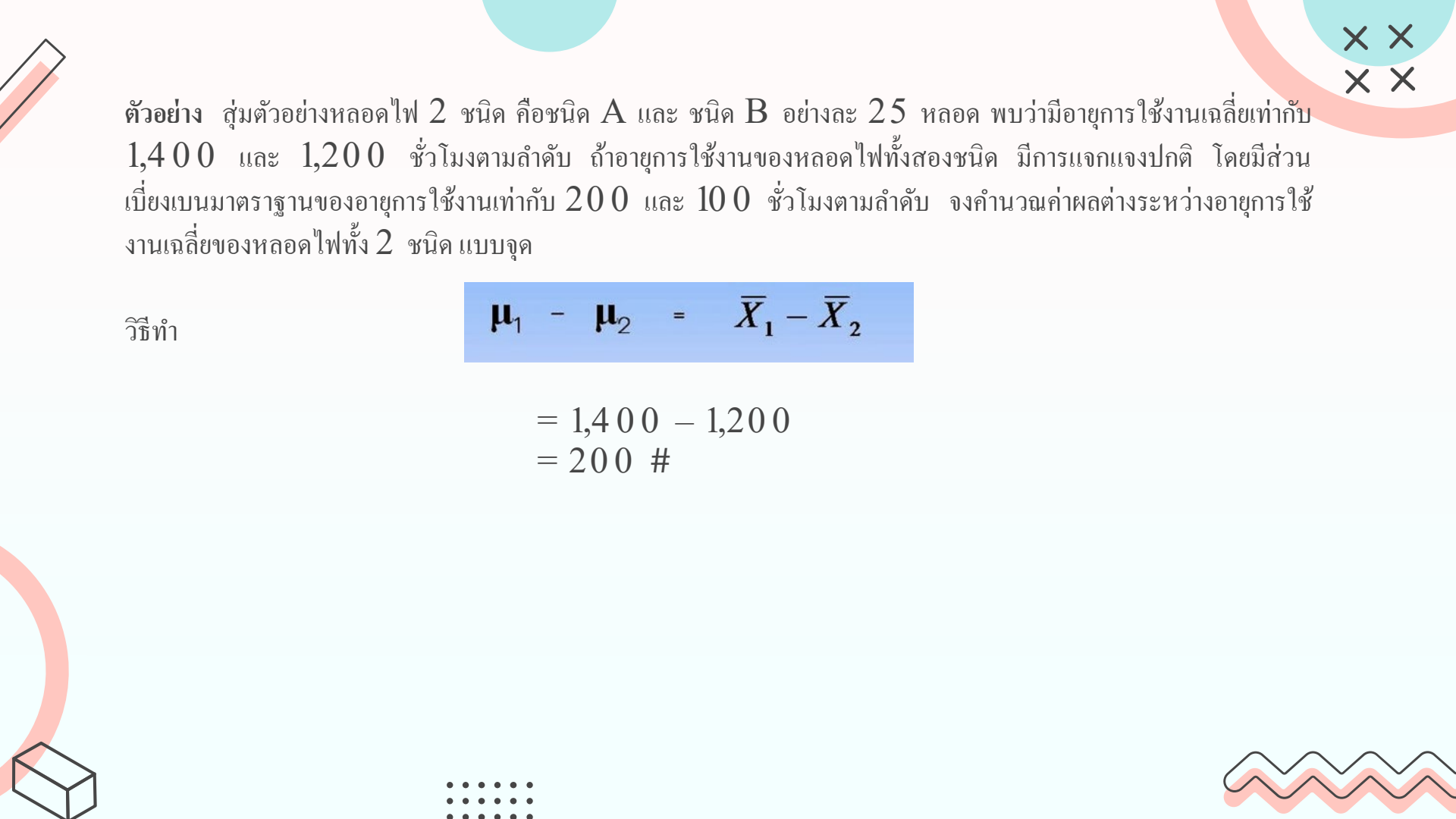
◦ □ การประมาณค่าความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยประชากร ◦ กลุ่ม

คือการประมาณค่าแบบ $\mu_1 - \mu_2$

แบบจุด

$$\mu_1 - \mu_2 = \bar{X}_1 - \bar{X}_2$$

$$\mu_1 - \mu_2 = \left(\frac{\sum X}{n} \right)_1 - \left(\frac{\sum X}{n} \right)_2$$



ตัวอย่าง สุ่มตัวอย่างหลอดไฟ 2 ชนิด คือชนิด A และ ชนิด B อย่างละ 25 หลอด พบว่ามีอายุการใช้งานเฉลี่ยเท่ากับ 1,400 และ 1,200 ชั่วโมงตามลำดับ ถ้าอายุการใช้งานของหลอดไฟทั้งสองชนิด มีการแจกแจงปกติ โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของอายุการใช้งานเท่ากับ 200 และ 100 ชั่วโมงตามลำดับ จงคำนวณค่าผลต่างระหว่างอายุการใช้งานเฉลี่ยของหลอดไฟทั้ง 2 ชนิด แบบจุด

วิธีทำ

$$\mu_1 - \mu_2 = \bar{X}_1 - \bar{X}_2$$

$$\begin{aligned} &= 1,400 - 1,200 \\ &= 200 \text{ #} \end{aligned}$$

แบบช่วง แบ่งออกได้ 2 กรณี

□ การประมาณช่วงผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากรสองกลุ่ม

□ สูตรในการคำนวณ

- 1. สูตรการคำนวณเนื่องจากเราทราบความแปรปรวนของประชากร จึงประมาณช่วงของ $\mu_1 - \mu_2$

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

□ ตัวอย่าง โรงงานผลิตรถยนต์ต้องการศึกษาอายุการใช้งานเฉลี่ยของไฟหน้ารถที่ผลิตจากโรงงาน A และโรงงาน B จึงสุ่มหลอดไฟจากโรงงาน A มา 150 หลอด พบว่าอายุการใช้งานเฉลี่ย 1,400 ชม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร 120 ชม และสุ่มหลอดไฟจากโรงงาน B มา 100 หลอด พบว่าอายุการใช้งานเฉลี่ย 1,200 ชม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร 80 ชม จงประมาณช่วงของความแตกต่างอายุการใช้งานเฉลี่ยที่ผลิตจากโรงงาน A และ B โดยมีระดับความเชื่อมั่น 95% $Z_{\alpha/2} = 1.96$

□ วิธีทำ ให้ $\mu_A - \mu_B$ เป็นอายุการใช้งานเฉลี่ยของหลอดไฟโรงงาน A และ B จากสูตร

$$(\bar{X}_A - \bar{X}_B) - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{X}_A - \bar{X}_B) + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}$$



□ วิธีทำ

เนื่องจากเราทราบความแปรปรวนของประชากร จึงประมาณช่วงของ $\mu_1 - \mu_2$

กำหนดให้ $n_A = 150$, $n_B = 100$

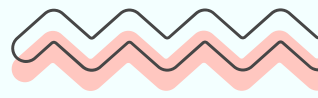
$$\bar{X}_A = 1,400 \text{ , } \bar{X}_B = 1,200$$

$$\sigma_A = 120 \text{ , } \sigma_B = 80$$

$$\alpha = 1 - 0.95 = 0.05 \text{ , } \alpha/2 = 0.025$$

จากตาราง $Z_{\alpha/2} = Z_{0.025} = 1.96$







□ วิธีทำ จากสูตร

$$(\bar{X}_A - \bar{X}_B) - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{X}_A - \bar{X}_B) + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}$$

$$\text{แทนค่า } (1,400 - 1,200) - 1.96 \sqrt{\frac{(120)^2}{150} + \frac{(80)^2}{100}} < \mu_A - \mu_B < (1,400 - 1,200) + 1.96 \sqrt{\frac{(120)^2}{150} + \frac{(80)^2}{100}}$$

$$200 - 1.96 (12.649) < \mu_A - \mu_B < 200 + 1.96 (12.649)$$

$$200 - 24.79 < \mu_A - \mu_B < 200 + 24.79$$

$$175.21 < \mu_A - \mu_B < 224.79$$

ดังนั้นความแตกต่างของอายุการใช้งานเฉลี่ยของหลอดไฟที่ผลิตจากโรงงาน A และ B จะอยู่ระหว่าง 175 ชม ถึง 225 ชม



□ สูตรในการคำนวณ

- 2. สูตรการคำนวณเนื่องจากขนาดของกลุ่มตัวอย่างเกิน 30 และไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากรจึงประมาณค่าจากการแจกแจงแบบ Z โดยใช้ S_1^2 และ S_2^2 แทน σ_1^2 และ σ_2^2 ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่นของ $\mu_1 - \mu_2$ คือ

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$



□ **ตัวอย่าง** แบบสอบวิชาคณิตศาสตร์ชุดหนึ่งนำไปสอบนักเรียนชาย 49 คน และนักเรียนหญิง 64 คน พบว่า นักเรียนชายได้คะแนนเฉลี่ย 74 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 6 คะแนน นักเรียนหญิงได้คะแนนเฉลี่ย 65 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 8 คะแนน จงประมาณช่วงความเชื่อมั่น 99% ของผลต่างของคะแนนเฉลี่ยของคะแนนชาย – หญิง $z_{\alpha/2} = 2.575$

□ **วิธีทำ** ให้ μ_1 และ μ_2 เป็นคะแนนเฉลี่ยชาย – หญิงตามลำดับ เนื่องจากขนาดของกลุ่มตัวอย่างเกิน 30 และไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากรจึงประมาณค่าจากการแจกแจงแบบ Z โดยใช้ S_1^2 และ S_2^2 แทน σ_1^2 และ σ_2^2 ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่นของ $\mu_1 - \mu_2$ คือ





□ วิธีทำ

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

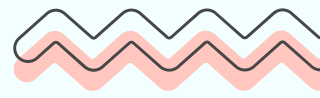
กำหนดให้ $n_1 = 49$, $n_2 = 64$

$$\bar{X}_1 = 74 , \quad \bar{X}_2 = 65$$

$$S_1 = 6 , \quad S_2 = 8$$

$$\alpha = 1 - 0.99 = 0.01 , \quad \alpha/2 = 0.005$$

จากตาราง $Z_{\alpha/2} = Z_{0.005} = 2.575$



□ วิธีทำ จากสูตร

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

$$\text{แทนค่า } (74-65) - 2.575 \sqrt{\frac{(6)^2}{49} + \frac{(8)^2}{64}} < \mu_A - \mu_B < (74-65) + 2.575 \sqrt{\frac{(6)^2}{49} + \frac{(8)^2}{64}}$$

$$9 - 2.575 (1.317) < \mu_A - \mu_B < 9 + 2.575 (1.317)$$

$$9 - 3.39 < \mu_A - \mu_B < 9 + 3.39$$

$$5.61 < \mu_A - \mu_B < 12.39$$

ดังนั้นผลต่างของคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชาย หญิง จะอยู่ระหว่าง 5.61 คะแนน ถึง 12.39 คะแนน

การประมาณค่าสัดส่วนของประชากร □ กลุ่ม

1. การประมาณค่าสัดส่วนของประชากรกลุ่มเดียวแบบจุด จะแบ่งลักษณะของประชากรออกเป็น 2 กลุ่ม คือ
ลักษณะประชากรที่สนใจและลักษณะประชากรที่ไม่สนใจ

ให้ $\dot{c}$ เป็นสัดส่วนของประชากรที่สนใจศึกษา

$\bar{e}$ เป็นสัดส่วนของประชากรที่ไม่สนใจศึกษา

โดยที่ $\bar{e} \rightarrow \square\square\dot{c}$ หรือ $\dot{c} \rightarrow \bar{e} \rightarrow \square$

เนื่องจากไม่ทราบ $\dot{c}$ ของประชากร จึงใช้ $\hat{P}$ ซึ่งเป็นสัดส่วนของตัวอย่าง แทนการประมาณสัดส่วนของประชากร

$$\hat{P} \rightarrow \frac{\text{จำนวนตัวอย่างที่มีลักษณะสนใจ}}{\text{จำนวนตัวอย่างทั้งหมด}}$$

$$\text{หรือ } \hat{P} \rightarrow \frac{X}{n}$$



ตัวอย่าง จากการสอบถามแม่บ้าน 50 คน เกี่ยวกับการใช้น้ำยาล้างจานยี่ห้อ A และ B
พบว่า แม่บ้านใช้น้ำยาล้างจานยี่ห้อ A จำนวน 38 คน จงประมาณสัดส่วนของแม่บ้านที่ใช้น้ำยาล้างจานยี่ห้อ B

วิธีทำ ให้ $\hat{P}$ เป็นตัวประมาณสัดส่วนของผู้ใช้น้ำยาล้างจานยี่ห้อ B

$$\begin{aligned}\hat{P} &= \frac{\text{จำนวนตัวอย่างที่มีลักษณะสนใจ}}{\text{จำนวนตัวอย่างทั้งหมด}} \\ &= \frac{12}{50} \quad \text{50-38 = 12} \\ &= 0.24 \quad \# \end{aligned}$$

นั่นคือ ค่าประมาณสัดส่วนแบบจุดของแม่บ้านที่ใช้น้ำยาล้างจานยี่ห้อ B เท่ากับ 0.24 หรือ 24 %



2. การประมาณค่าสัดส่วนของประชากรกลุ่มเดียวแบบช่วง

เมื่อ n มีขนาดใหญ่ p มีการแจกแจงปกติ จะได้ค่าประมาณสัดส่วนแบบช่วง ดังสูตรต่อไปนี้

$$\mu = \hat{p} \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \quad \text{และ} \quad \hat{q} = 1 - \hat{p}$$

ตัวอย่าง กลุ่มชาวนาในจังหวัดอุดรธานีมา 100 คน พบว่าเป็นหนี้ธนาคาร ธกส. จำนวน 60 คน
 จงประมาณช่วงความเชื่อมั่น 95% ($Z_{\alpha/2} = 1.96$) ของสัดส่วนชาวนาในจังหวัดอุดรธานีที่เป็นหนี้ธนาคาร
 ให้ $\hat{P}$ เป็นวัดส่วนของชาวนาที่เป็นหนี้

$$\hat{P} = \frac{X}{n}$$

$$= \frac{60}{100}$$

$$= 0.6$$

และ $\hat{q}$

$$= 1 - 0.6$$

$$= 0.4$$

$$\hat{q} = 1 - \hat{p}$$

ดังนั้น การประมาณค่าสัดส่วนของประชากรคือ $\mu \approx \hat{p} \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$

$$\Rightarrow 0.60 \pm 1.96 \sqrt{\frac{(0.6)(0.40)}{100}}$$

$$\Rightarrow 0.60 \pm 0.096$$

$$\Rightarrow 0.504 \text{ ถึง } 0.696$$

ดังนั้น สัดส่วนชาวนาในจังหวัดอุดรธานีที่เป็นหนี้ ธกส. อยู่ในช่วง 0.504 - 0.696 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

การประมาณค่าสัดส่วนของประชากร 2 กลุ่ม

ให้ $\hat{p}_1$ แทน สัดส่วนของตัวอย่างที่สนใจกลุ่มที่ 1

$\hat{p}_2$ แทน สัดส่วนของตัวอย่างที่สนใจกลุ่มที่ 2

$$\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1}$$

$$\hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2}$$

$$\hat{q}_1 = 1 - \hat{p}_1$$

$$\hat{q}_2 = 1 - \hat{p}_2$$

ดังนั้น การประมาณช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ P_1-P_2 คือ

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}} < P_1 - P_2 < (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}}$$

ตัวอย่าง จากการสุ่มตัวอย่างคนเชียงใหม่ผู้ชาย 400 คน และผู้หญิง 500 คน พบว่าชอบดูรายการข่าวการเมือง จำนวน 348 คน และ 280 คน จงประมาณช่วงความเชื่อมั่น 99 % ($Z_{\alpha/2} = 2.576$) ผลต่างของสัดส่วนระหว่างผู้ชายกับผู้หญิงที่ชอบดูข่าวการเมือง

วิธีทำ ให้ $\widehat{P}_1$ แทน สัดส่วนของผู้ชายที่ชอบดูข่าวการเมือง
 $\widehat{P}_2$ แทน สัดส่วนของผู้หญิงที่ชอบดูข่าวการเมือง

จะได้

$$\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{348}{400} = 0.87$$

$$\hat{q}_1 = 1 - \hat{p}_1 = 1 - 0.87 = 0.13$$

$$\hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2} = \frac{280}{500} = 0.56$$

$$\hat{q}_2 = 1 - \hat{p}_2 = 1 - 0.56 = 0.44$$

แทนค่าในสูตร

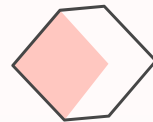
$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}} < P_1 - P_2 < (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}}$$

$$(0.87 - 0.56) - 2.576 \sqrt{\frac{(0.87 \times 0.13)}{400} + \frac{(0.56 \times 0.44)}{500}} < P_1 - P_2 < (0.87 - 0.56) + 2.576 \sqrt{\frac{(0.87 \times 0.13)}{400} + \frac{(0.56 \times 0.44)}{500}}$$

$$0.31 - 0.07 < P_1 - P_2 < 0.31 + 0.07$$

$$0.24 < P_1 - P_2 < 0.38$$

ดังนั้นสัดส่วนของผู้ชายและผู้หญิงที่ชอบดูรายการนี้ต่างกันประมาณ 0.24 ถึง 0.38 หรือคิดเป็นร้อยละ 24 ถึง ร้อยละ 38 ที่ระดับความเชื่อมั่น 99%



THANKS!



CREDITS: This presentation template was created by
Slidesgo, including icons by Flaticon, infographics &
images by Freepik

