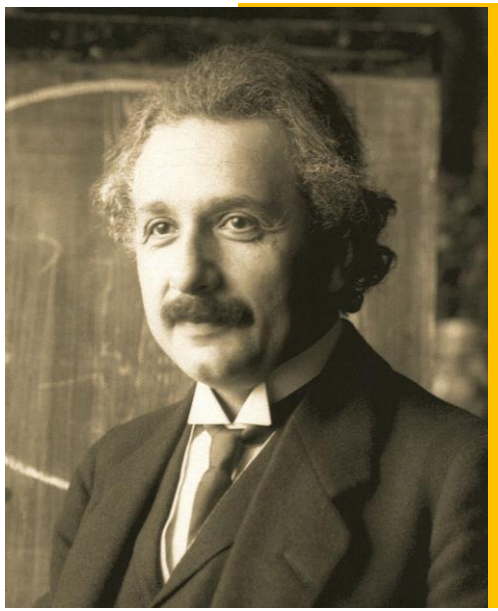
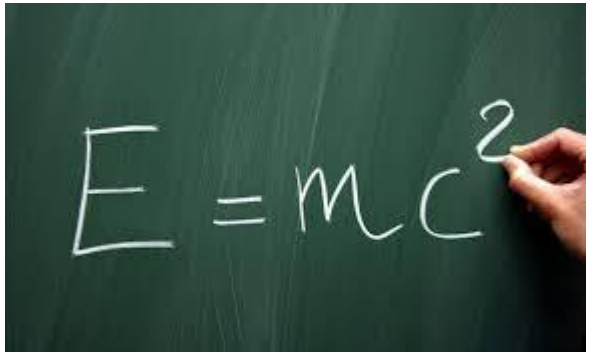


ทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ
(Special relativity)



ฟิสิกส์สำหรับครู 2
สาขาวิชาวิทยาศาสตร์ทั่วไป
คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

ทฤษฎีสัมพัทธภาพ

- ทฤษฎีสัมพัทธภาพเป็นรากฐานความสำคัญของฟิสิกส์ยุคใหม่ โดยทฤษฎีนี้ได้แยกออกเป็นสอช่วง คือ ทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ และ ทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไป

- **ทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ** (Special Relativity) จะเกี่ยวข้องกับระบบที่มีความเร็วคงที่คือ เป็นระบบที่ไม่มีความเร่ง กรณีตัวอย่างในชีวิตประจำวันเช่น เมื่อเรารู้สึกว่าทุกสิ่งกำลังหยุดนิ่งหรือมีความเร็วที่เท่ากันเราไม่สามารถบอกได้ว่าสิ่งใดกำลังเคลื่อนที่ เช่น โลกหมุนรอบตัวเองและรอบดวงอาทิตย์ เรายังรู้สึกว่าทุกสิ่งกำลังอยู่กับที่แต่ที่จริงสิ่งที่เรานึกว่าหยุดอยู่กับที่กลับเคลื่อนที่

ทฤษฎีนี้ถูกเสนอขึ้นในปี ค.ศ. 1905 โดยอัลเบิร์ต ไอน์สไตน์ สามศตวรรษก่อนหน้านั้น หลักสัมพัทธภาพของกาลิเลโอกล่าวไว้ว่า การเคลื่อนที่ ด้วยความเร็วคงที่ทั้งหมดเป็นการสัมพัทธ์ และไม่มีสถานะของการหยุดนิ่งสัมบูรณ์ ทฤษฎีของไอน์สไตน์รวมหลักสัมพัทธภาพของกาลิเลโอเข้ากับสมมติฐานที่ว่า ผู้สังเกตทุกคนจะวัดอัตราเร็วของแสงได้เท่ากันเสมอ ไม่ว่าสภาวะการเคลื่อนที่เชิงเส้นด้วยความเร็วคงที่ของพวกเขาจะเป็นอย่างไร

ทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ

ไอน์สไตน์ได้กล่าวไว้ว่า ผลของทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษสามารถหาได้จากการพิจารณาเมื่อความเร็วสัมพัทธ์มีค่าเทียบเคียงอัตราเร็วแสง อัตราเร็วแสงนั้นมากกว่าทุกสิ่งที่มนุษย์เคยประสบจนทำให้ผลบางอย่างซึ่งทำนายจากหลักการสัมพัทธ์นั้นจะขัดกับสัญชาตญาณตั้งแต่แรก ทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษสามารถใช้อธิบายในเรื่องดังต่อไปนี้

1) **การยืดออกของเวลา** - เวลาที่ล่วงไประหว่างเหตุการณ์สองอย่างนั้นไม่แปรเปลี่ยนจากผู้สังเกตหนึ่งไปยังผู้สังเกตหนึ่ง แต่มันขึ้นอยู่กับความเร็วสัมพัทธ์ของกรอบอ้างอิงของผู้สังเกต (ตัวอย่างเช่น ปัญหา **twin paradox** ซึ่งพูดถึงฝาแฝดซึ่งคนหนึ่งบินไปกับยานอวกาศซึ่งเคลื่อนที่ไปด้วยความเร็วใกล้แสง แล้วกลับมาพบว่าแฝดของเขาที่อยู่บนโลกมีอายุมากกว่า)

2) **การหดสั้นของความยาว** ของวัตถุเมื่อวัดโดยผู้สังเกตคนหนึ่งอาจเล็กลงกว่าผลการวัดของผู้สังเกตอีกคนหนึ่ง (ตัวอย่างเช่น **ladder paradox** เกี่ยวข้องกับบันไดยาวซึ่งเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วใกล้แสงและเข้าเก็บในห้องซึ่งเล็กกว่า)

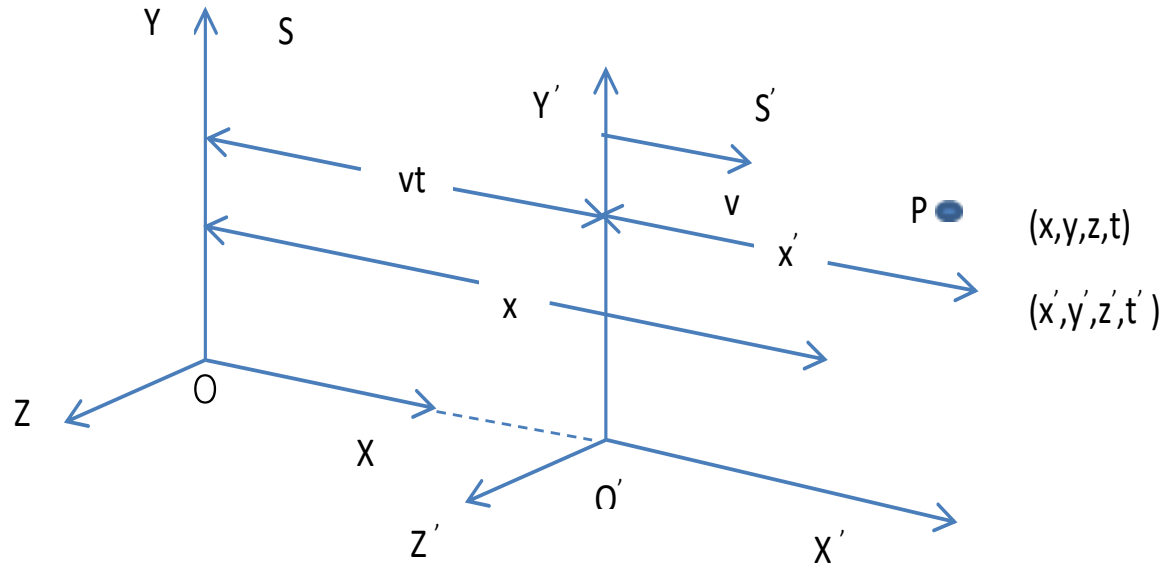
สภาพสัมพัทธ์ (Relativity)

- การบอกตำแหน่งของวัตถุใด ๆ จะไม่มีความหมายชัดเจนถ้าไม่มีสิ่งอื่นเป็นหลักสำหรับเปรียบเทียบ
- เวลาก็เช่นเดียวกันต้องอาศัยเหตุการณ์บางอย่างเป็นหลักในการเปรียบเทียบเวลา
- ความเร็วซึ่งบอกอัตราการเปลี่ยนตำแหน่งย่อมเป็นปริมาณที่ต้องเปรียบเทียบกับแกนอ้างอิง

กรอบอ้างอิง (Frame of Reference)

- แกนโคออร์ดิเนตหรือกรอบอ้างอิงที่มีความเร่งเป็นศูนย์อย่างแท้จริงมี ชื่อเรียกกว่า “**กรอบอ้างอิงเฉื่อย**” แกนโคออร์ดิเนตอื่นๆ ที่มีความเร็วสัมพัทธ์คงที่เมื่อเทียบกับกรอบอ้างอิงเฉื่อยย่อมเป็นกรอบอ้างอิงเฉื่อยด้วย

หลักการสัมพัทธภาพแบบกาลิเลียน



ภาพที่ 1.1 เหตุการณ์เกิดที่จุด P ถูกเห็นโดยผู้สังเกตสองคน ในกรอบ S และ S′

สมการการแปลงปริภูมิ-เวลาแบบกาลิเลียน

$$x' = x - vt \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = t$$

สมการการแปลงความเร็วแบบกาลิเลียน

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx}{dt} - v \qquad \text{หรือ} \qquad u'_x = u_x - v$$

การยืดของเวลา (Time Dilation)

ให้ T_0 เรียกว่า เวลาที่ควรจะเป็น

แต่สำหรับเวลายืด (time dilation) ➡ $$T = \frac{T_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma T_0$$

เมื่อ $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$

การหดสั้นของความยาว (Length contraction)

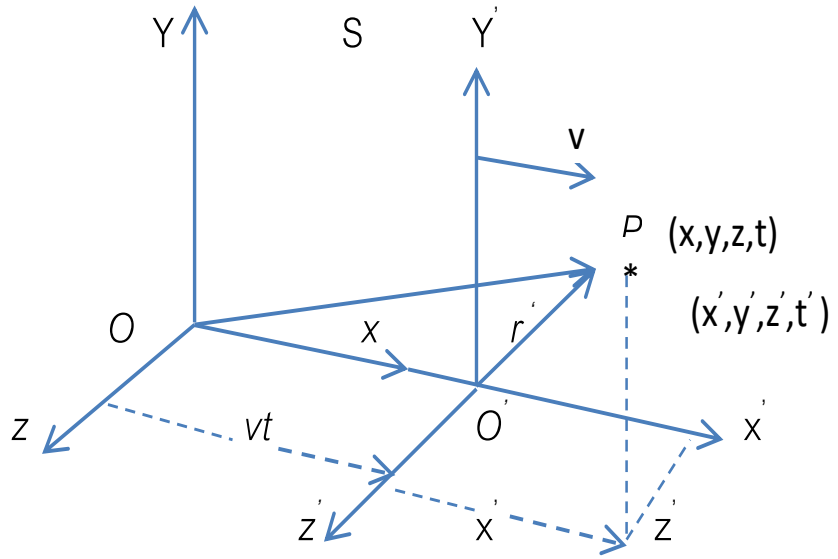
$$L = \frac{L_0}{\gamma} = L_0\sqrt{1-\beta^2}$$

ปริมาณ $\sqrt{1-\beta^2}$ น้อยกว่า 1 เสมอ (และ $\gamma > 1$) ด้วยเหตุนี้ ความยาว L ต้องน้อยกว่า L_0

กล่าวคือ สำหรับผู้สังเกตใน S จะมองดูเหมือนกับว่าไม้เมตรหดสั้นลง ปรากฏการณ์ในลักษณะเช่นนี้กลับกันได้เช่น ถ้า S มีไม้เมตรยาว L_0 ขณะที่ S' เคลื่อนที่ และสังเกตไม้เมตร จะปรากฏว่ายาว $L_0\sqrt{1-\beta^2}$ (คือหดสั้นลง)

การวัดความยาวของวัตถุมีค่ามากที่สุด เมื่อวัตถุนั้นหยุดนิ่งสัมพัทธ์กับผู้สังเกตและจะปรากฏว่าหดสั้นลงด้วยแฟกเตอร์ $\sqrt{1-\beta^2}$ กับผู้สังเกตที่เคลื่อนที่สัมพัทธ์กับวัตถุ

สมการการแปลงแบบลอเรนตซ์



ภาพที่ 1.4 โคออร์ดิเนตของจุด P วัดจากระบบอินเนอร์เชียล S และ S'

สมการการแปลงความเร็วแบบลอเรนตซ์

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1-(vu_x/c^2)}$$

$$u'_y = \frac{u_y}{\gamma[1-(vu_x/c^2)]}$$

$$u'_z = \frac{u_z}{\gamma[1-(vu_x/c^2)]}$$

สมการการแปลงแบบลอเรนตซ์

$$x' = \gamma(x - vt) \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right)$$

เมื่อ $v/c \ll 1$ และ $v/c^2 \ll 1$ *สมการการแปลงแบบลอเรนตซ์จะลดรูปเป็นสมการแบบกาลิเลียน*

ดังนั้นเราสรุปได้ว่า เมื่อความเร็วเข้าใกล้ศูนย์ การแปลงแบบลอเรนตซ์ จะเท่ากับการแปลงแบบกาลิเลียน การแปลงแบบลอเรนตซ์ยังให้ขีดจำกัดแก่ค่าสูงสุดของความเร็วด้วย กล่าวคือ ความเร็ว v ต้องน้อยกว่า c ถ้า v มากกว่า c เมื่อใดปริมาณ $\sqrt{1-(v^2/c^2)}$ จะเป็นปริมาณจินตภาพ ทำให้โคออร์ดิเนตของปริภูมิและเวลาเป็นจินตภาพด้วย ในทางฟิสิกส์จึงเป็นไปไม่ได้ ดังนั้นในสูญญากาศจะไม่มีสิ่งใดเคลื่อนที่ด้วยความเร็วที่มากกว่าความเร็วแสงนั่นเอง

โมเมนตัมและพลังงานในทฤษฎีสัมพัทธภาพ

$$p = \frac{m\vec{u}}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \gamma m\vec{u}$$

เมื่อ u มีค่าน้อยกว่า c มาก ๆ γ จะมีค่าเข้าใกล้หนึ่ง และโมเมนตัมจะมีค่าเข้าใกล้ $m\vec{u}$

ดังนั้นสมการเชิงสัมพัทธ์สำหรับโมเมนตัมจะลดรูปเป็นสมการในรูปดั้งเดิมเมื่อความเร็วของอนุภาคมีค่าน้อยกว่า c มาก ๆ

มวลสัมพัทธ์ $m = \frac{m_0\, u}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$

$$E_k = mc^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} - 1\right] = \gamma mc^2 - mc^2 = (\gamma - 1)mc^2$$

พลังงานหยุดนิ่ง $mc^2 = E_R$

พลังงานสุทธิ $E = mc^2 + E_k$

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \gamma mc^2$$

โมเมนตัมและพลังงานในทฤษฎีสัมพัทธภาพ

$$E^2 = p^2c^2 + (mc^2)^2$$

เมื่ออนุภาคนั้นอยู่นิ่ง $\mathbf{p = 0}$ ดังนั้น $\mathbf{E = E_R = mc^2}$

ทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไป

จะเกี่ยวข้องกับระบบที่มีความเร็วไม่คงที่ เพื่ออธิบายปรากฏการณ์ต่างๆ ในเอกภพโดยใช้พื้นฐานความคิดที่แตกต่างจากฟิสิกส์ดั้งเดิมแบบนิวตัน ส่วนใหญ่ทฤษฎีนี้จะ เกี่ยวข้องกับแรงดึงดูดระหว่างมวลและมีการพิสูจน์ให้เห็นเป็นรูปธรรมได้ด้วย โดยใจความสำคัญของทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไปมีดังนี้

1. ทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไปใช้อธิบายกับการเคลื่อนที่ทุกรูปแบบ
2. สสารทำให้เกิดแรงโน้มถ่วงขึ้นกับระยะทางและเวลา
3. ถ้าคุณตกตึก แรงเฉื่อยที่ชะลอการตกของคุณจะไปหักล้างแรงโน้มถ่วง ทำให้คุณไม่รู้สึกว่ามีแรงโน้มถ่วงอีกต่อไป
4. แสงและวัตถุเคลื่อนที่ตามรูปร่างของปริภูมิกับเวลา (ถ้ามันโค้ง แสงหรือวัตถุก็จะเคลื่อนที่โค้ง)
5. ไม่มีใครพิสูจน์ได้ว่าคุณเคลื่อนที่อย่างสม่ำเสมอได้ หรือว่าคุณกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร่งอยู่
6. ไม่ว่าแรงโน้มถ่วงจะทำอะไรได้ ความเร่งก็ทำสิ่งนั้นได้เช่นกัน
    - ความเร่งทำให้แสงโค้งได้ฉันใด แรงโน้มถ่วงก็ทำให้แสงโค้งได้ฉันนั้น
    - เมื่อแรงโน้มถ่วงทำให้แสงโค้ง แสงจะเดินทางช้าลง
    - เมื่อแสงเดินทางช้าลง เวลาก็ช้าลง
7. จึงสรุปได้ว่าแรงโน้มถ่วงทำให้เวลาช้าลง และทำให้ระยะทางโค้ง