$$^{n}C_{r} = \frac{n!}{(n-r)!\ r!}$$

$$^{n}P_{r} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

ความน่าจะเป็น

ผศ.ดร.ธนวัฒน์ ศรีศิริวัฒน์
สาขาวิชาคณิตศาสตร์

การทดลองเชิงสุ่ม

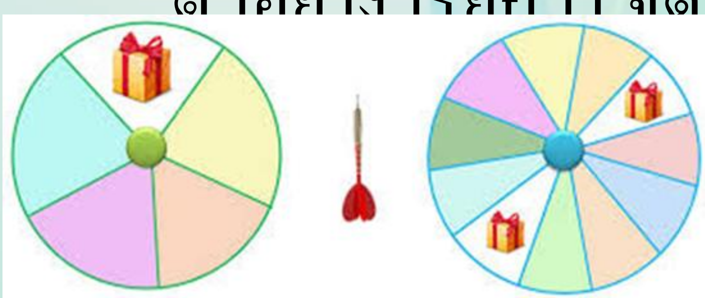
การทดลองเชิงสุ่ม (Random Experiment) เป็นการทดลองที่ทราบผลลัพธ์ (outcome) ของการทดลองทั้งหมดที่เกิดขึ้น แต่ไม่ทราบแน่ชัดว่าจะเกิดผลลัพธ์ใดจนกว่าการทดลองจะเสร็จสิ้น เช่น การโยนเหรียญ การสุ่มหยิบลูกบอล การทอดลูกเต๋า เป็นต้น

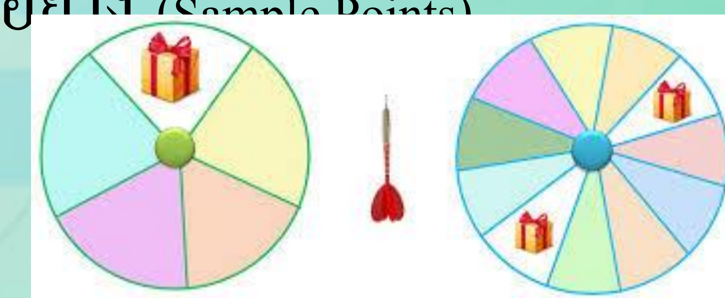
ปริภูมิตัวอย่าง

ผลลัพธ์ของการทดลองเชิงสุ่มทั้งหมดจะเรียกว่า “ปริภูมิตัวอย่าง” (Sample Space) หรือ เอกภพสัมพัทธ์ (Universal Set) นิยามได้ดังนี้

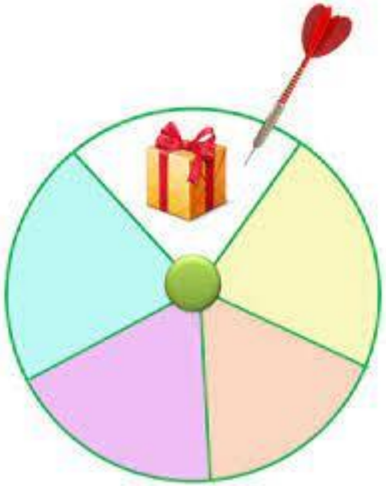
นิยาม ปริภูมิตัวอย่าง เป็นเซตของผลลัพธ์ทั้งหมดในการทดลองเชิงสุ่มใด ๆ

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ s แต่ละผลลัพธ์หรือสมาชิกของปริภูมิตัวอย่าง เรียกว่า จุดตัวอย่าง (Sample Points)





ตัวอย่าง จงเขียนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองเชิงสุ่มต่อไปนี้



1) โยนเหรียญ 2 เหรียญ 1 ครั้ง

วิธีทำ กำหนดให้ H แทน “หัว” และ T แทน “ก้อย”

ดังนั้นจะได้ปริภูมิตัวอย่าง $S = \{HH, HT, TH, TT\}$

2) โยนเหรียญ 1 เหรียญ พร้อมกับทอดลูกเต๋า 1 ลูก

วิธีทำ กำหนดให้ H แทน “หัว” และ T แทน “ก้อย”

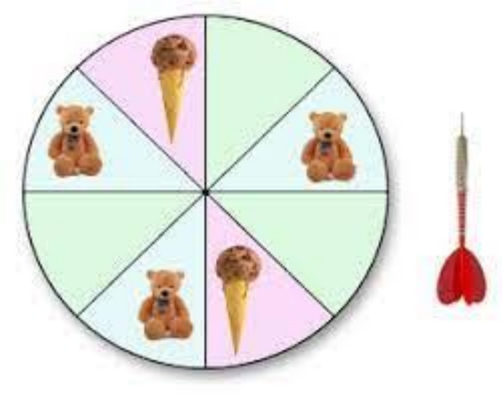
3) ผู้จัดการตลาดต้องการนับจำนวนลูกค้าที่เข้ามาซื้อของในตลาดในช่วงเวลาหนึ่ง

วิธีทำ จะได้ปริภูมิตัวอย่าง $S = \{x \in R \mid x \geq 0\}$

เหตุการณ์

โดยทั่วไป เรามักจะสนใจในการเกิดของเหตุการณ์ใด เหตุการณ์หนึ่งมากกว่าปริภูมิตัวอย่าง เช่น ให้ A แทนเหตุการณ์ที่ทอดลูกเต๋า 1 ลูก แล้วขึ้นแต้มที่ 2 หารลงตัว จะได้ว่า $A = \{2, 4, 6\}$ เป็นเซตย่อยของปริภูมิตัวอย่าง ซึ่งนิยามได้ดังนี้

นิยาม เหตุการณ์ (Event) เป็นเซตย่อยของปริภูมิตัวอย่าง S เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ E



ตัวอย่าง ในการโยนเหรียญ 1 เหรียญ 3 ครั้ง จงหาเหตการณ์ต่อไปนี้

1) เหตุการณ์ที่ขึ้นหัว 2 ครั้ง

วิธีทำ กำหนดให้ H แทน "หัว" และ T แทน "ก้อย"

และ E_1 แทนเหตุการณ์ที่ขึ้นหัว 2 ครั้ง

จะได้ปริภูมิตัวอย่าง คือ

S = {HHH, HHT, HTH, HTT, TTH,THT, THH, TTT}

ดังนั้น E_1 = {......., ..., ...}

2) เหตุการณ์ที่ขึ้นก้อยมาก 1 ครั้ง

วิธีทำ กำหนดให้ E_2 แทน เหตุการณ์ที่ขึ้นก้อยมาก 1 ครั้ง

ดังนั้นจะได้ E_2 = {......, ..., ..., ...}

นิยาม เหตุการณ์เชิงเดี่ยว (simple event) เป็นเหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกของปริภูมิเพียง 1 ตัวเท่านั้น เมื่อนำโดยที่เหตุการณ์เชิงประกอบ (compound event) เป็นการยูเนียน (union) ของเหตุการณ์เชิงเดี่ยว

ตัวอย่าง ในการสุ่มหยิบสินค้า 2 ชิ้น เพื่อตรวจสอบคุณภาพว่ามีสินค้าชำรุดหรือไม่ โดยสุ่มหยิบทีละชิ้น จงหาเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) เหตุการณ์ที่ไม่ชำรุดเลย

วิธีทำ กำหนดให้ G แทน "สินค้าไม่ชำรุด" และ N แทน "สินค้าชำรุด"

และ E_1 แทนเหตุการณ์ที่ไม่ชำรุดเลย

จะได้ปริภูมิตัวอย่าง คือ

$S = \{GG, GN, NG, NN\}$

ดังนั้น $E_1 = \{GG\}$

2) เหตุการณ์ที่ชำรุด 1 ชิ้น

วิธีทำ กำหนดให้ E_2 แทน เหตุการณ์ที่ชำรุด 1 ชิ้น

ดังนั้นจะได้ $E_2 = \{GN\} \cup \{NG\} = \{GN, NG\}$

จะพบว่า E_1 เป็นเหตุการณ์เชิงเดี่ยว E_2 เป็นเหตุการณ์เชิงประกอบ

นิยามที่ 3.4 ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์ใด ๆ แล้ว $A \cap B = \varnothing$ จะเรียกว่า เหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน (mutually exclusive)

ตัวอย่างที่ 3.4 ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง จงหาเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และขึ้นแต้มคี่

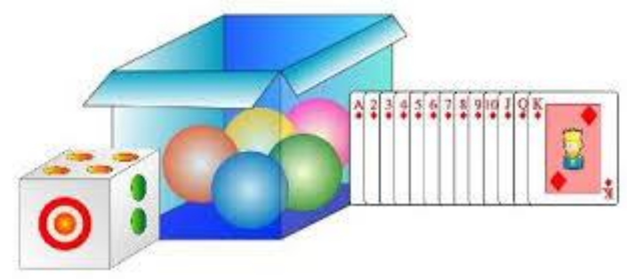
วิธีทำ กำหนดให้ A แทนเหตุการณ์ที่ขึ้นแต้มคู่ และ B เป็นเหตุการณ์ที่ขึ้นแต้มคี่

จะได้ปริภูมิตัวอย่าง คือ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$A = \{2, 4, 6\}$

$B = \{1, 3, 5\}$

ดังนั้นจะได้ $A \cap B = \varnothing$ แสดงว่า A และ B เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน



หลักการนับจำนวนจุดตัวอย่าง

ในบางครั้งการแจกแจงจุดตัวอย่างที่เกิดขึ้นทั้งหมดของปริภูมิตัวอย่างอาจใช้เวลานานและอาจนับไม่ครบทั้งหมด นักคณิตศาสตร์ได้สร้างหลักการนับจำนวนวิธีที่เกิดขึ้นทั้งหมดหลายทฤษฎีบทดังนี้

> **ทฤษฎีบทที่ 3.1** ในการทำงานชิ้นหนึ่งประกอบด้วย 2 ขั้นตอน โดยในขั้นตอนที่ 1 สามารถเลือกทำได้ n_1 วิธี และขั้นตอนที่ 2 สามารถเลือกทำได้ n_2 วิธี จำนวนวิธีที่เกิดขึ้นทั้งหมดเท่ากับ $n_1 \cdot n_2$ วิธี

ตัวอย่าง ในการทอดลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง จงหาจำนวนวิธีที่แต้มจะขึ้น

วิธีทำ ในการทอดลูกเต๋าลูกแรกมีวิธีขึ้นได้ 6 วิธี คือ 1, 2, 3, 4, 5, 6

และในทำนองเดียวกันลูกเต๋าลูกที่สองมีวิธีขึ้นได้ 6 วิธี เช่นกัน

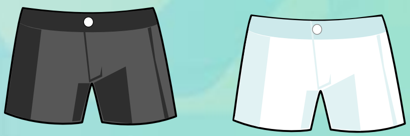
ดังนั้นจำนวนวิธีในการทอดลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง จะได้ $6 \times 6 = 36$ วิธี #

ตัวอย่าง กฎการนับโดยการคูณ

เด็กคนหนึ่งมีเสื้ออยู่ 3 ตัว

คือ 

และมีกางเกง 2 ตัว

คือ 

เด็กคนนี้จะมีวิธีเลือกเสื้อและกางเกงมาใส่
เป็นชุดแตกต่างกันได้กี่วิธี อย่างไรบ้าง

วิธีทำ

การแต่งตัว

ขั้นตอนที่1 ขั้นตอนที่2

จากภาพ

จะเห็นได้ว่าเมื่อเสร็จทั้งสองขั้นตอน

ต่อเนื่องกันจึงจะเป็นการแต่งตัวที่สมบูรณ์

ดังนั้นจำนวนวิธีเด็กคนนี้

จะแต่งตัวเป็นชุดที่แตกต่างกัน

จึงมีทั้งหมด **= 3x2 = 6 วิธี**

ทฤษฎีบท ในการทำงานชิ้นหนึ่งประกอบด้วย 2 ขั้นตอน โดยในขั้นตอนที่ 1 สามารถเลือกทำได้ n_1 วิธี และขั้นตอนที่ 2 สามารถเลือกทำได้ n_2 วิธี จำนวนวิธีที่เกิดขึ้นทั้งหมดเท่ากับ $n_1 \cdot n_2$ วิธี และถ้ามี k ขั้นตอน จำนวนวิธีที่เกิดขึ้นทั้งหมดที่เกิดขึ้นเท่ากับ $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \ldots \cdot n_k$ วิธี

ตัวอย่างที่ 3.6 ในการสร้างเลข 3 หลัก จากตัวเลข 0, 1, 2, 3,.....,9 โดยตัวเลขแต่ละตัวใช้ได้เพียงครั้งเดียวเท่านั้น

วิธีทำ เลขหลักร้อย จัดได้ 9 วิธี คือ ตัวเลขในเซต {1, 2, 3,.....,9}

จากตัวเลขที่เหลือในการเลือกหลักร้อย เลือกเลขหลักสิบ จัดได้ 9 วิธี

และจากตัวเลขที่เหลือในการเลือกหลักสิบ เลือกเลขหลักหน่วย จัดได้ 8 วิธี

หลักร้อย	หลักสิบ	หลักหน่วย
9	9	8

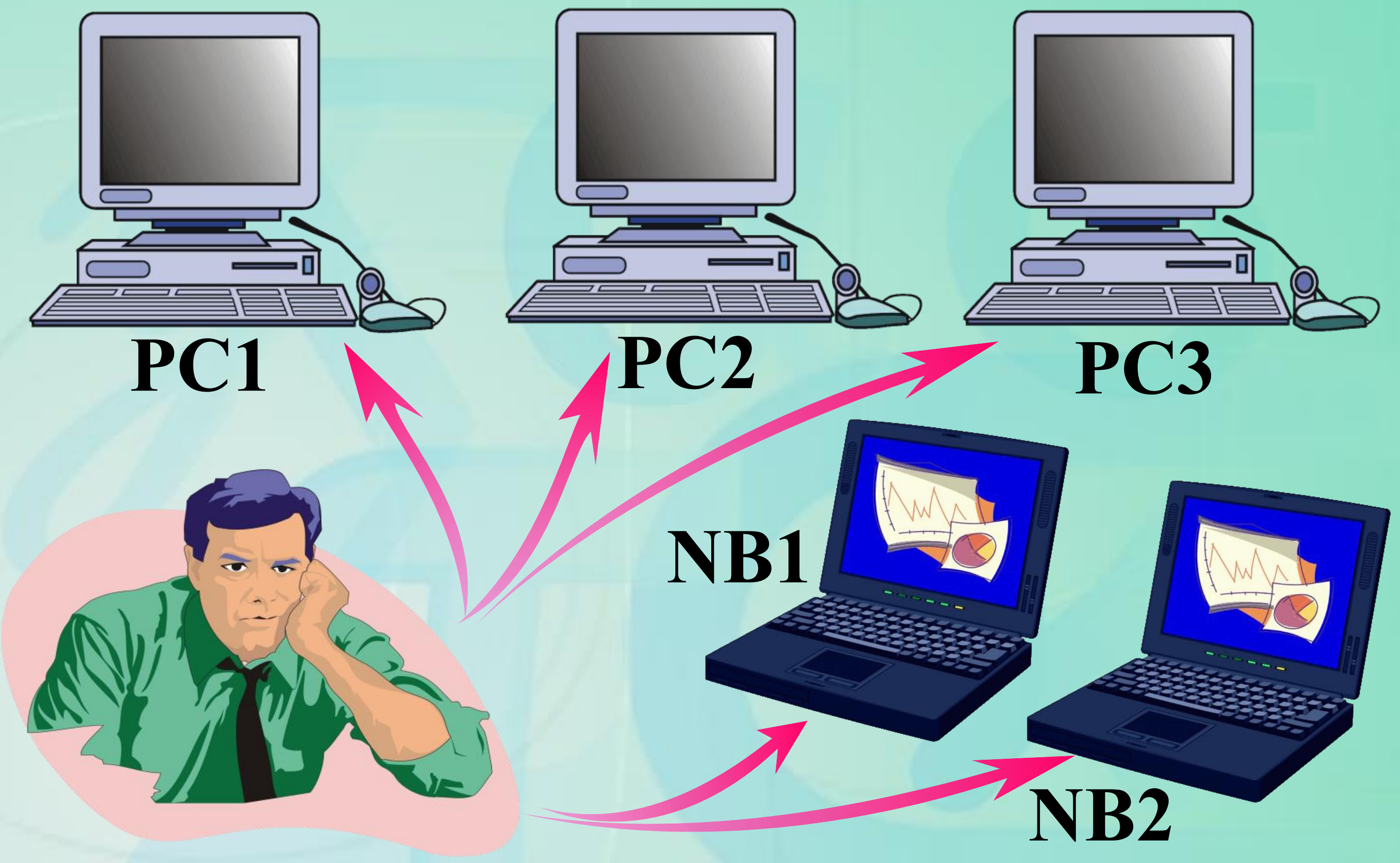
ดังนั้น สร้างเลข 3 หลัก โดยตัวเลขไม่ซ้ำได้ เท่ากับ $9 \times 9 \times 8 = 648$ วิธี #

ตัวอย่าง กฎการนับโดยการบวก

ชายคนหนึ่งได้รับรางวัล
ในการตอบคำถามด้านไอที
โดยสามารถเลือกรางวัลได้
เพียงหนึ่งอย่างเท่านั้น
ซึ่งรางวัลที่มีให้เลือกคือ

1. เครื่องคอมพิวเตอร์พีซี มี 3 ยี่ห้อ ให้เลือก คือ PC1 PC2 และ PC3

2. เครื่องคอมพิวเตอร์โน้ตบุกมี 2 ยี่ห้อ ให้เลือกคือ NB1 และ NB2 ดังนั้น ชายคนนี้จะมีวิธีเลือกของรางวัลทั้งหมดกี่วิธี

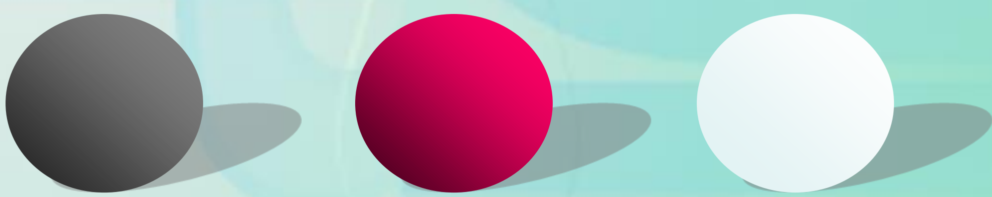


ชายคนนี้จะมีวิธีเลือกของรางวัลหนึ่งอย่าง
ได้ทั้งหมด $3 + 2 = 5$ วิธี

การเรียงสับเปลี่ยน

เป็นการนำสิ่งของมาวางเรียง
โดยคำนึงถึงลำดับ หรือตำแหน่ง
ของสิ่งของเป็นสำคัญ

เช่น มีลูกบอล 3 ลูก สีดำ สีแดง และสีขาว



วิธีเรียงสับเปลี่ยน

ในบางครั้งต้องการทราบวิธีทั้งหมดในการเรียงสับเปลี่ยนในปริภูมิตัวอย่าง หรือในเหตุการณ์ เช่นในการเรียงสิ่งของที่แตกต่างกัน วิธีเรียงสับเปลี่ยน (Permutation)

บทนิยาม n แฟคทอเรียล เป็นผลคูณของเลขจำนวนเต็ม 1 ถึง n แทนด้วยสัญลักษณ์ n! โดยที่ $n! = n(n-1)(n-2)\cdot \ldots \cdot 3\cdot 2\cdot 1$

จงหาค่าต่อไปนี้โดยผลลัพธ์ไม่อยู่ในรูปแฟกทอเรียล

1. $5!$ =..

2. $\frac{7!}{3!5!}$ =..

3. $\frac{n!}{(n-1)!}$ =..

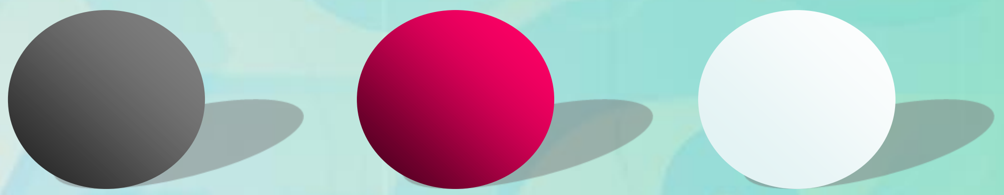
4. $\frac{(n-1)!n!(n+1)!}{(n!)^3}$ =..

5. $\frac{(n+k+2)!}{(n+k)!}$ =..

ทฤษฎีบท จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่งที่แตกต่างกัน โดยนำมาจัดเรียงคราวละ n สิ่ง มีค่าเท่ากับ $n!$ วิธี

ทฤษฎีบท จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด โดยนำมาจัดเรียงสับเปลี่ยนคราวละ r สิ่ง เมื่อ $r < n$ เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!}$ โดยใช้สัญลักษณ์ nPr หรือ ${}^{n}P_{r}$

การเรียงสับเปลี่ยน

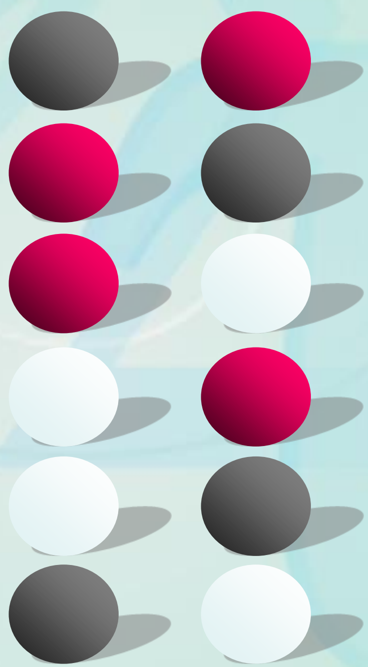


จะเลือกลูกบอล 2 ลูก จาก 3 ลูก

มาจัดเรียงสับเปลี่ยนได้กี่วิธี

การเรียงสับเปลี่ยน

วิธีการเรียงที่เป็นไปได้มีดังนี้



ทั้งหมด 6 วิธี ${}^3p_2$

$$= \frac{3!}{(3-2)!}$$

$$= \frac{3x2x1}{1!}$$

= 6 วิธี

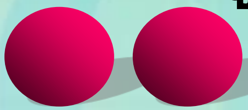
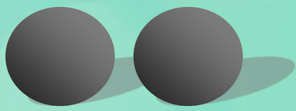
แต่ถ้ามีของ n สิ่ง มีจำนวน n_1 เหมือนกันเป็นกลุ่มที่ 1 มีสิ่งจำนวน n_2 สิ่ง เหมือนกันเป็นกลุ่มที่ 2 .... มีสิ่งของ n_k สิ่ง เหมือนกันเป็นกลุ่ม k

โดยที่ $n_1 + n_2 \ldots\ldots + n_k = n$

จะได้

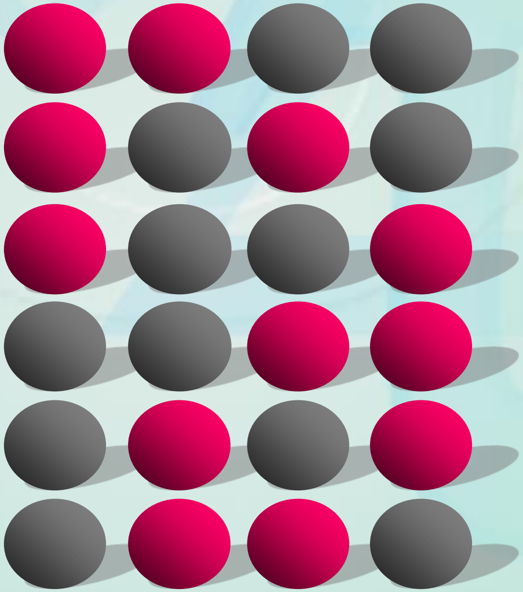
จำนวนการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของทั้งหมด

$$\frac{n!}{n_1!\ n_2! \ldots\ n_k!} \text{ วิธี}$$

ตัวอย่าง มีลูกบอลทั้งหมด 4 ลูก เป็น  ลูกและ  ลูก

ถ้านำมาจัดเรียงสับเปลี่ยนจะได้กี่วิธี

สูตร จำนวนวิธีในการเรียงสับเปลี่ยน



$$= \frac{n!}{n_1!\ n_2!}$$

$$= \frac{4!}{2!\ 2!}$$

$$= \frac{4.3!}{2!} = 6 \text{ วิธี}$$

ตัวอย่าง จงหาจำนวนวิธีในการจัด สส. 10 คน เป็นรัฐมนตรี 3 กระทรวง

ตัวอย่าง จงหาจำนวนวิธีในการสร้างเลข 3 หลัก แบบตัวเลขไม่ซ้ำ ได้กี่จำนวน เมื่อกำหนดให้

1.ไม่มีเงื่อนไข

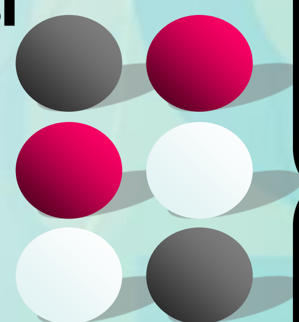
2.มากกว่า 600

3.เป็นจำนวนคู่

การจัดหมู่ คือการเลือกสิ่งของ r สิ่ง จากของทั้งหมด n สิ่ง ที่แตกต่างกัน มาจัดเป็นหมู่ โดยไม่คำนึงถึงลำดับที่ หรือตำแหน่ง

เช่น มีลูกบอล 3 ลูก สีแดง สีดำ และสีขาว

จะเลือกลูกบอล 2 ลูกจาก 3 ลูก มาจัดเป็นหมู่ ได้กี่วิธี



สูตรที่ใช้คือ ${}^3C_2$

$$= \frac{3!}{(3-2)!\ \ 2!}$$

$$= \frac{3.2.1}{1!\ 2.1} = 3\text{วิธี}$$

มีของ n สิ่งที่แตกต่างกัน นำมาจัดหมู่ คราวละ r สิ่ง จะได้จำนวนการจัดหมู่ที่แตกต่างกันโดย

สูตรที่ใช้

$$^{n}C_{r} = \frac{n!}{(n-r)!\ r!}$$

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ (Probability of event)

นิยาม กำหนดให้ A เป็นเหตุการณ์ใดๆ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A เท่ากับ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

นิยาม กำหนดให้ S เป็นปริภูมิตัวอย่าง A เป็นเหตุการณ์ใดๆ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A คือผลบวกของน้ำหนัก(weight) ของทุกๆ จุดตัวอย่าง ในเหตุการณ์ A จะได้ $0 \le P(A) \le 1$

สมบัติความน่าจะเป็น

ถ้า A ถ้าเป็นเหตุการณ์ใดๆในการทดลองเชิงสุ่ม ซึ่งเป็นปริภูมิตัวอย่าง S

1. $0 \leq P(A) \leq 1$
2. $P(S) = 1$

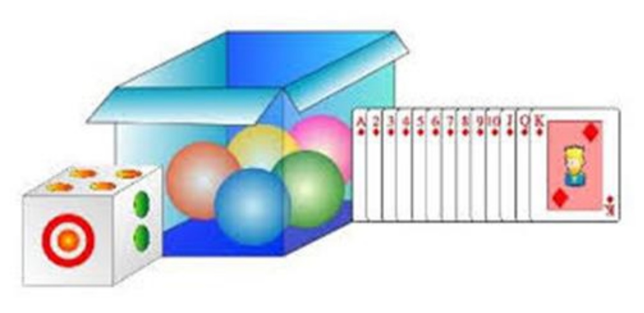
ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์ใดๆ ในการทดลองเชิงสุ่ม ซึ่งมีปริภูมิตัวอย่าง S

3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ เมื่อ A และ B เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ได้แต้มคี่
จากการทอดเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง

$$P(A) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกในเหตุการณ์ที่ทอดเต๋าได้แต้มคี่}\{1, 3, 5\}}{\text{จำนวนสมาชิกในปริภูมิตัวอย่าง}\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}}$$

$$= \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$$



ตัวอย่าง ในการสุ่มไพ่ใบหนึ่ง จากไพ่สำรับจงหาความน่าจะเป็น

1) ได้ A

2) ได้ A หรือ Q

3) ได้ A หรือ โพดำ

วิธีทำ สุ่มหยิบไพ่ 1 ใบจากไพ่สำรับหนึ่ง จะได้ $n(S) = \binom{52}{1} = 52$ วิธี

1) ให้ A แทนเหตุการณ์ที่สุ่ม ได้ A

ไพ่สำรับหนึ่งมี A จำนวน 4 ใบ เลือกมา 1 ใบ จำนวนวิธีที่ได้ A เท่ากับ $n(A) = \binom{4}{1} = 4$ วิธี

ดังนั้น $P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$ #

2) ให้ B แทนเหตุการณ์ที่สุ่ม ได้ Q

ไพ่สำรับหนึ่งมี Q จำนวน 4 ใบ เลือกมา 1 ใบ จำนวนวิธีที่ได้ Q เท่ากับ $n(B) = \binom{4}{1} = 4$ วิธี

$$P(B) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

จะพบว่าเหตุการณ์ A และเหตุการณ์ B เป็นเหตุการณ์ไม่เกิดร่วมกัน $(A \cap B) = \emptyset$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ได้ A หรือ Q เท่ากับ $P(A \cup B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$
$$= \frac{1}{13} + \frac{1}{13} = \frac{2}{13}$$

∴ความน่าจะเป็นที่ได้ A หรือ Q เท่ากับ $\frac{2}{13}$ #

3) ให้ C แทนเหตุการณ์ที่สุ่มได้โพดำ

ไพ่สำรับหนึ่งมีโพดำ จำนวน 13 ใบ เลือกมา 1 ใบ จำนวนวิธีที่ได้โพดำ เท่ากับ

$n(C) = \binom{13}{1} = 13$ วิธี

$$P(C) = \frac{13}{52}$$

จะพบว่าเหตุการณ์ A และเหตุการณ์ C เป็นเหตุการณ์ที่เกิดร่วมกัน $P(A \cap C) = \frac{1}{52}$

ดังนั้น

$$P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C)$$
$$= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

∴ความน่าจะเป็นที่ได้ A หรือ โพดำ เท่ากับ $\frac{4}{13}$ #

ตัวอย่าง ในการตรวจสอบคุณภาพสินค้าของโรงงานหนึ่ง โดยในกล่องสินค้าแต่ละกล่องจะมี 15 ชิ้น ถ้าในกล่องมีสินค้าดี 10 ชิ้น และสินค้าชำรุด 5 ชิ้น สุ่มเลือกสินค้า 3 ชิ้น จงหาความน่าจะเป็นที่จะ

1) ไม่มีสินค้าเสียเลย
2) สินค้าเสีย 1 ชิ้น
3) สินค้าเสียอย่างน้อย 1 ชิ้น

วิธีทำ กำหนดให้ จำนวนวิธีในการเลือกสินค้า 3 ชิ้น เท่ากับ $n(S) = \binom{15}{3} = \ldots\ldots$ วิธี

1)ให้ A แทนเหตุการณ์ที่ไม่มีสินค้าเสียเลย

$$n(A) = \binom{10}{3}\binom{5}{0} = \ldots\ldots\ldots$$

จะได้ $P(A) = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะไม่มีสินค้าเสียเลยเท่ากับ 0.2637

2)ให้ B แทนเหตุการณ์ที่สินค้าเสีย 1 ชิ้น

$$n(B) = \binom{10}{\dots\dots}\binom{5}{\dots\dots} = 225$$

จะได้ $P(B) = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่สินค้าเสีย 1 ชิ้น เท่ากับ 0.4945

3)ให้ C แทนเหตุการณ์ที่สินค้าเสียอย่างน้อย 1 ชิ้น

$$n(C) = \binom{10}{2}\binom{5}{1} + \binom{10}{\dots\dots}\binom{5}{\dots\dots} + \binom{10}{\dots\dots}\binom{5}{\dots\dots} = 335$$

จะได้ $P(B) = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่สินค้าเสีย 1 ชิ้น เท่ากับ 0.7363

ตัวอย่าง กำหนดให้ $P(A) = 0.45$, $P(B) = 0.45$, $P(C) = 0.45$, $P(A \cap B) = 0.25$, [illegible]

$P(A \cap C) = 0.15$, $P(B \cap C) = 0.1$, $P(A \cap B \cap C) = 0.05$ จงหา

1) $P(A \cup B \cup C)$ 2) $P(A \cup B \cup C)'$ 3) $P(A \cup B)$

วิธีทำ 1) จาก

$$P(A \cup B \cup C) = P(A)+P(B)+P(C)-P(A \cap B)-P(A \cap C)-P(B \cap C)+P(A \cap B \cap C)$$

$P(A \cup B \cup C) =$ ....

= ....

2) จาก

$P(A \cup B \cup C)' = 1-P(A \cup B \cup C)$

= ....

= ....

3) $P(A \cup B) =$ ....

= ....

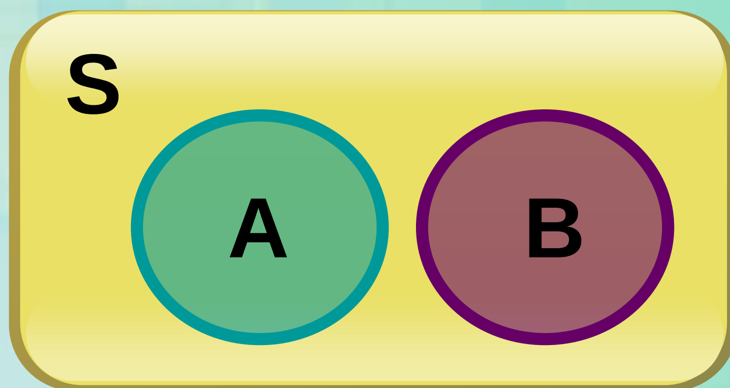
= ....

กฎความน่าจะเป็น

1. กฎการบวก

ประกอบด้วยกฎการบวกของความน่าจะเป็นที่เกิดจากเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นร่วมกันได้และเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน

1.1 กฎการบวกของเหตุการณ์ที่เกิดร่วมกันไม่ได้

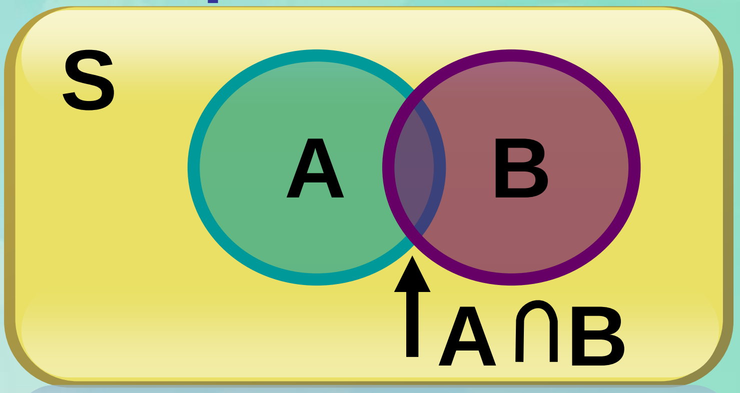


$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$A = \text{ได้แต้มคี่} = \{1, 3, 5\}$$

$$B = \text{ได้แต้มคู่} = \{2, 4, 6\}$$

1.2 กฎการบวกของเหตุการณ์ที่เกิดร่วมกันได้



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

A = ได้แต้มคี่ $\{1, 3, 5\}$

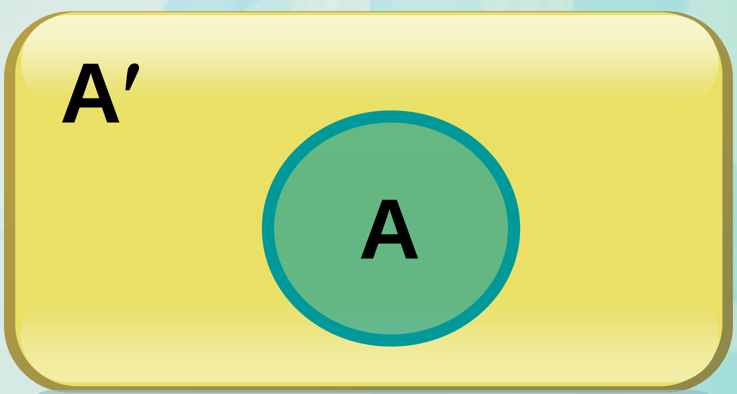
B = ได้แต้มน้อยกว่า 4 $\{1, 2, 3\}$

$A \cup B$ = ได้แต้มคี่ที่น้อยกว่า 4 = $\{1, 3\}$

กฎความน่าจะเป็น

2. กฎของเหตุการณ์ประกอบ

ถ้า A เป็นเหตุการณ์ใดๆ A' คือเหตุการณ์ประกอบ A



$$P(A) = 1 - P(A')$$

ตัวอย่าง

พนักงานในร้านค้าแห่งหนึ่งมี 10 คน ในจำนวนนี้มีคนถนัดซ้าย 2 คน ถ้าสุ่มเลือกพนักงานมา 3 คนจงหาความน่าจะเป็นที่จะได้พนักงานถนัดซ้ายมากกว่าหรือเท่ากับ 1 คน

A = เหตุการณ์ที่สุ่มพนักงานมา 3 คน และได้พนักงานที่ถนัดซ้ายมากกว่าหรือเท่ากับ 1 คน หรือ กล่าวได้ว่า A คือ เหตุการณ์ที่สุ่มพนักงานมา 3 คน และได้พนักงานที่ถนัดซ้ายอย่างน้อย 1 คน

วิธีทำ วิธีที่ 1

n(S) = จำนวนวิธีทั้งหมดในการสุ่มพนักงาน 3 คน จาก 10 คน

$$= \binom{10}{3} = \frac{10!}{7!\ 3!}$$

$$= \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{7!\ 3 \cdot 2 \cdot 1} = 120 \text{ วิธี}$$

n(A) = จำนวนวิธีทั้งหมดในการสุ่ม
พนักงาน 3 คน จาก 10 คน
และได้ที่ถนัดซ้ายมากกว่า 1 คน
(สุ่มได้พนักงานถนัดซ้าย 1 หรือ 2 คน)

$$= \binom{2}{2}\binom{8}{1} + \binom{2}{1}\binom{8}{2}$$

$$= \left(\frac{2!}{0!1!}\right)\left(\frac{8!}{7!\,3!}\right) + \left(\frac{2!}{1!\,1!}\right)\left(\frac{8!}{6!\,2!}\right)$$

= 64 วิธี

$$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{64}{120} = \frac{8}{15}$$

วิธีทำ

วิธีที่ 2

A' = เหตุการณ์ที่สุ่มพนักงานมา 3 คน และไม่ได้พนักงานที่ถนัดซ้ายเลย

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)}$$

หา $n(A') = \binom{2}{0}\binom{8}{3} = \left(\frac{2!}{2!\,0!}\right)\left(\frac{8!}{5!\,3!}\right)$

$= 56$

$$\therefore\ P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{56}{120} = \frac{7}{15}$$

ดังนั้น $P(A) = 1 - P(A')$

$$P(A) = 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}$$