

ข้อสอบปลายภาค วิชาแคลคูลัส 2 : SET A

วิชา	แคลคูลัส 2 MAC1303	คะแนน	100 คะแนน
เวลาสอบ	08:00 – 11:00 วันพฤหัสบดี ที่ 30 เมษายน 2563	ปีการศึกษา	2/2562
ผู้สอน	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธัญชศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา		

1. A(10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

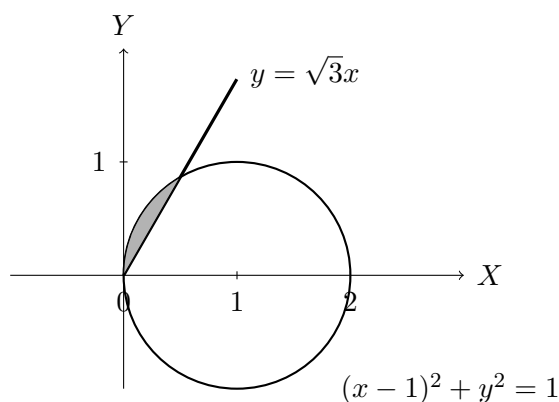
1.1 A(3 คะแนน) จงแปลงจุด $(2\sqrt{3}, -2)$ ในระบบพิกัดฉาก ให้อยู่ในระบบพิกัดเชิงขั้ว (r, θ)

1.2 A(7 คะแนน) จงแปลงสมการในระบบพิกัดเชิงขั้ว

$$\frac{\sin \theta}{1 + \tan \theta} + \frac{\cos \theta}{1 - \cot \theta} = \sin \theta$$

ให้เป็นสมการในระบบพิกัดฉาก (ในรูป x, y)

2. A(10 คะแนน) จงหาพื้นที่ที่แรเงาต่อไปนี้ โดยใช้การปริพันธ์ในรูปเชิงขั้ว



3. A(10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 A(5 คะแนน) จงแสดงว่า $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x \sin y}{\sqrt{2x^2 + y^2}} = 0$

3.2 A(5 คะแนน) จงแสดงว่า $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^5 + y^3}$ ไม่มีลิมิต

4. A(10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

4.1 A(5 คะแนน) ให้ $f(x, y) = x^2 + y^2 + 3xy + x - y$ จงหาค่าของ x, y ที่สอดคล้องเงื่อนไข

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0 \quad \text{และ} \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 0$$

4.2 A(5 คะแนน) ให้ $f(x, y) = xy$ โดยที่ $x = s \ln t + 1$ และ $y = t + e^s$ จงหา

$$\frac{\partial f}{\partial s} \quad \text{เมื่อ} \quad (s, t) = (1, 1)$$

5. A(10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

5.1 A(4 คะแนน) ให้ $f(x, y) = \sqrt{\ln(xy)}$ จงหา $f_{xy}(x, y)$

5.2 A(6 คะแนน) จงใช้ค่าเชิงอนุพันธ์ของฟังก์ชันสองตัวแปรประมาณค่าของ

$$\frac{\cos(0.01)}{1.99}$$

ตอบในรูปเศษส่วน

6. A(10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

6.1 A(5 คะแนน) จงหาค่าของ $\int_0^1 \int_0^1 (x - y)(x + y)^2 dx dy$

6.2 A(5 คะแนน) จงเปลี่ยนลำดับการอินทิเกรต

$$\int_0^1 \int_y^{2-y} f(x, y) dx dy$$

พร้อมวาดกราฟประกอบคำตอบ

7. A(10 คะแนน) จงหาอินทิกรัลสองชั้นต่อไปนี้ โดยใช้การเปลี่ยนให้อยู่ในระบบพิกัดเชิงขั้ว

$$\int_{-1}^1 \int_{\sqrt{3}|y|}^{\sqrt{4-y^2}} \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$$

8. A(10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

8.1 A(5 คะแนน) จงแสดงว่า $y = c_1 + \frac{c_2}{x}$ เมื่อ c_1 และ c_2 เป็นค่าคงตัวไม่เจาะจง เป็นผลเฉลยทั่วไปของสมการ $xy'' + 2y' = 0$

8.2 A(5 คะแนน) จงหาผลเฉลยทั่วไป ของสมการ

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2 y}{(x^2 + 1) \sin y}$$

9. A(10 คะแนน) จงหาผลเฉลยเฉพาะของสมการ

$$(x^4 + y^4)dx + xy^3dy = 0 \quad \text{เมื่อ } y(1) = 0$$

10. A(10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

10.1 A(5 คะแนน) จงหา ตัวประกอบอินทิกรัล (integrating factor) ของสมการ

$$(x - y^2 \cos x)dx - y \sin x dy = 0$$

(ไม่ต้องหาผลเฉลย)

10.2 A(5 คะแนน) จงหาผลเฉลยทั่วไป ของสมการ

$$\sin x \frac{dy}{dx} + y \tan x = \cos x$$

ข้อสอบปลายภาค วิชาแคลคูลัส 2 : SET B

วิชา	แคลคูลัส 2 MAC1303	คะแนน	100 คะแนน
เวลาสอบ	11:00 – 14:00 วันพฤหัสบดี ที่ 30 เมษายน 2563	ปีการศึกษา	2/2562
ผู้สอน	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธัญชศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา		

1. B(10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 B(5 คะแนน) ให้ a และ b เป็นจำนวนจริง

ถ้า $(a + 1, \sqrt{b})$ เป็นจุดในระบบพิกัดฉาก เมื่อเปลี่ยนไปอยู่ในระบบพิกัดขั้วจะเป็นจุด $(3, \frac{\pi}{3})$

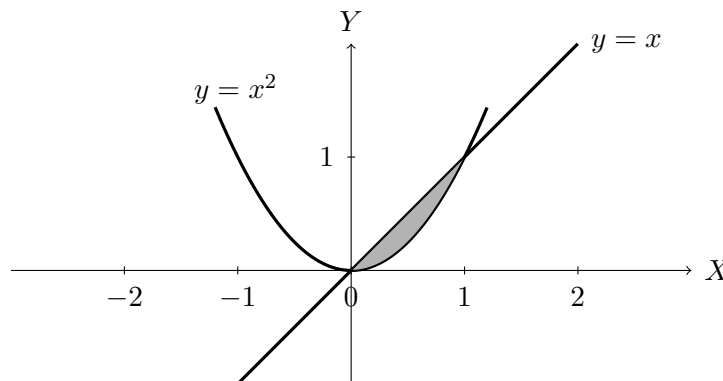
จงหาค่าของ $2a - b$

1.2 B(5 คะแนน) จงแปลงสมการในระบบพิกัดเชิงขั้ว

$$(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \cos 2\theta$$

ให้เป็นสมการในระบบพิกัดฉาก (ในรูป x, y)

2. B(10 คะแนน) จงหาพื้นที่ที่แรเงาต่อไปนี้ โดยใช้การปริพันธ์ในรูปเชิงขั้ว



3. B(10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 B(5 คะแนน) จงหาลิมิต $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,-1)} \frac{x^3 + y^3}{x(x+y) - 2xy - 2y^2 - x - y}$

3.2 B(5 คะแนน) จงแสดงว่า $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 + y^2}$ ไม่มีลิมิต

4. B(10 คะแนน) ให้ $f(x, y) = xy$ โดยที่ $x = s \cos t$ และ $y = t \sin s$ จงหา

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t \partial s} \quad \text{เมื่อ} \quad (s, t) = \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$$

5. B(10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

5.1 B(4 คะแนน) ให้ $f(x, y) = \sin(xy)$ จงหา $f_{xy}(x, y)$

5.2 B(6 คะแนน) จงใช้ค่าเชิงอนุพันธ์ของฟังก์ชันสองตัวแปรประมาณค่าของ

$$\frac{1}{\sqrt{(0.01) + (1.99)^2}}$$

ตอบในรูปเศษส่วน

6. B(10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

6.1 B(5 คะแนน) จงหาค่าของ $\int_0^1 \int_0^2 x(x-y)^2 dy dx$

6.2 B(5 คะแนน) จงเปลี่ยนลำดับการอินทิเกรต

$$\int_{-1}^2 \int_{x^2}^{x+2} f(x, y) dy dx$$

พร้อมวาดกราฟประกอบคำตอบ

7. B(10 คะแนน) จงหาอินทิกรัลสองชั้นต่อไปนี้ โดยใช้การเปลี่ยนให้อยู่ในระบบพิกัดเชิงขั้ว

$$\int_0^{\sqrt{3}} \int_{\sqrt{3}x}^{\sqrt{4-x^2}} \cos(x^2 + y^2) dy dx$$

8. B(10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

8.1 B(5 คะแนน) จงแสดงว่า $y = c_1 + \frac{c_2}{x} + x^2$ เมื่อ c_1 และ c_2 เป็นค่าคงตัวไม่เจาะจง เป็นผลเฉลยทั่วไปของสมการ $xy'' + 2y' = 6x$

8.2 B(5 คะแนน) จงหาผลเฉลยทั่วไป ของสมการ

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + x^2y}{x^3 + 1}$$

9. B(10 คะแนน) จงหาผลเฉลยเฉพาะของสมการ

$$(2x - y)dx + (x + 2y)dy = 0 \quad \text{เมื่อ } y(1) = 0$$

10. B(10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

10.1 B(5 คะแนน) จงหาตรวจสอบว่าสมการ

$$(\sin(xy) - x \ln(x + y) + y)dx + (xy^{-1} \sin(xy) + y \ln(x + y) + y^{-2} \cos(xy))dy = 0$$

เป็นสมการเชิงอนุพันธ์แม่นตรง หรือไม่ (ไม่ต้องหาผลเฉลย)

10.2 B(5 คะแนน) จงหาผลเฉลยทั่วไป ของสมการ

$$(1 - x)\frac{dy}{dx} = x - y + 1$$

ข้อสอบปลายภาค วิชาแคลคูลัส 2 : SET C

วิชา	แคลคูลัส 2 MAC1303	คะแนน	100 คะแนน
เวลาสอบ	14:00 – 17:00 วันพฤหัสบดี ที่ 30 เมษายน 2563	ปีการศึกษา	2/2562
ผู้สอน	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธัญชศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา		

1. C(10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 C(5 คะแนน) ให้ $a > 0$

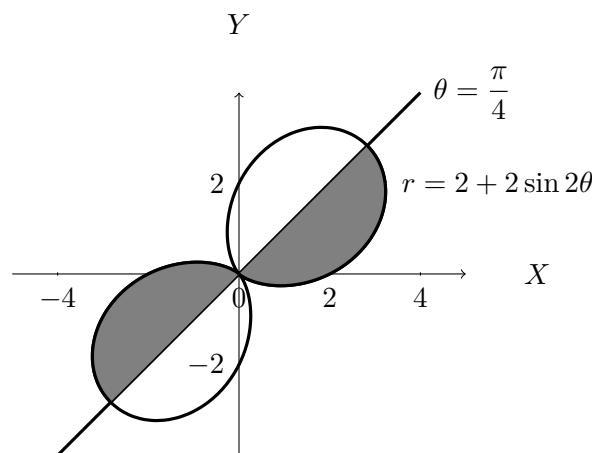
ถ้า $(a - 2, 4)$ เป็นจุดในระบบพิกัดฉาก เมื่อเปลี่ยนไปอยู่ในระบบพิกัดขั้วจะเป็นจุด $(5, \theta)$
จงหาค่าของ $\tan \theta$

1.2 C(5 คะแนน) จงแปลงสมการในระบบพิกัดเชิงขั้ว

$$\frac{\cos \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{1}{1 + \sec \theta} = \cot \theta$$

ให้เป็นสมการในระบบพิกัดฉาก (ในรูป x, y)

2. C(10 คะแนน) จงหาพื้นที่ที่แรเงาต่อไปนี้ โดยใช้การปริพันธ์ในรูปเชิงขั้ว



3. C(10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 C(5 คะแนน) จงแสดงว่า $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^3 e^x}{\sqrt{x^2 + 3y^4}} = 0$

3.2 C(5 คะแนน) จงแสดงว่า $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^3}{x^4 - y^5}$ ไม่มีลิมิต

4. C(10 คะแนน) ให้ $z = f(x, y)$ โดยที่ $x = r \cos \theta$ และ $y = r \sin \theta$ จงหา

$$\frac{\partial z}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial \theta} \quad \text{เมื่อ} \quad (r, \theta) = \left(1, \frac{\pi}{2}\right)$$

กำหนดให้ $f_x(0, 1) = f_y(0, 1)$

5. C(10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

5.1 C(5 คะแนน) ให้ $f(x, y) = \tan(ye^x)$ จงหา $f_{yx}(x, y)$

5.2 C(5 คะแนน) จงใช้ค่าเชิงอนุพันธ์ของฟังก์ชันสองตัวแปรประมาณค่าของ

$$\sqrt{e^{0.01} + 2.98}$$

ตอบในรูปเศษส่วน

6. C(10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

6.1 C(5 คะแนน) จงหาค่าของ $\int_0^1 \int_1^2 \left(\frac{x+y}{x}\right)^2 dx dy$

6.2 C(5 คะแนน) จงเปลี่ยนลำดับการอินทิเกรต

$$\int_0^1 \int_x^{2-x} f(x, y) dy dx$$

พร้อมวาดกราฟประกอบคำตอบ

7. C(10 คะแนน) จงหาอินทิกรัลสองชั้นต่อไปนี้ โดยใช้การเปลี่ยนให้อยู่ในระบบพิกัดเชิงขั้ว

$$\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} \int_{|x|}^{\sqrt{4-x^2}} \sec^2(x^2 + y^2) dy dx$$

8. C(10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

8.1 C(5 คะแนน) จงแสดงว่า $y = c_1x^3 + c_2x$ เมื่อ c_1 และ c_2 เป็นค่าคงตัวไม่เจาะจง เป็นผลเฉลยทั่วไปของสมการ $x^2y'' - 3xy' + 3y = 0$

8.2 C(5 คะแนน) จงหาผลเฉลยทั่วไป ของสมการ

$$\frac{dy}{dx} = \frac{e^y \sin^2 x}{1 + e^y}$$

9. C(10 คะแนน) จงหาผลเฉลยเฉพาะของสมการ

$$(\sin x + \cos y)dx + (y - x \sin y)dy = 0 \quad \text{เมื่อ } y(0) = 1$$

10. C(10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

10.1 C(5 คะแนน) จงหาตรวจสอบว่าสมการ

$$\frac{xy \cos\left(\frac{x}{y}\right)}{x+y}dx + \frac{(x+y)^2 e^{\frac{y}{x}}}{x}dy = 0$$

เป็นสมการเชิงอนุพันธ์เอกพันธ์ หรือไม่ (ไม่ต้องหาผลเฉลย)

10.2 C(5 คะแนน) จงหาผลเฉลยทั่วไป ของสมการ

$$(2x - 1)\frac{dy}{dx} = 2x - y$$