

บทที่ 10

สมบัติเชิงกลของสสาร

(Mechanical properties of matter)

จากบทที่ผ่านมาได้อธิบายวัตถุที่เคลื่อนที่ด้วยความเร่งเนื่องจากแรงที่กระทำต่อวัตถุ สำหรับบทนี้จะศึกษาในกรณีที่มีแรงมากระทำต่อวัตถุและวัตถุหรือระบบยังคงหยุดนิ่ง เนื่องจากเกิดความสมดุลของแรงที่กระทำ นอกจากนั้นเมื่อมีแรงมากระทำกับวัตถุแต่ละชนิดวัตถุจะมีพฤติกรรมที่แตกต่างกัน ตัวอย่างเช่น เกิดการยืด การขาด การแตกหัก เป็นต้น โดยพฤติกรรมเหล่านี้จะขึ้นอยู่กับชนิดของวัตถุ ที่มีความสามารถในการรับแรงได้มากน้อยต่างกัน เราเรียกพฤติกรรมเหล่านี้ว่า สภาพยืดหยุ่นของวัตถุ ซึ่งเป็นสมบัติเชิงกลของสสาร สำหรับบทนี้จะศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมเหล่านี้ของสสาร

10.1 สมดุล (Equilibrium)

เมื่อมีแรงหลายแรงมากระทำกับวัตถุหรือสสาร โดยขนาดของแรงแต่ละด้านเท่ากันจะทำให้แรงลัพธ์มีค่าเป็นศูนย์ ทำให้เกิดสมดุลของแรง ลักษณะสมดุลคือ การที่วัตถุได้รับแรงที่มากระทำหลายๆ แรงแต่เมื่อรวมแรงลัพธ์แล้วจะมีค่าเท่ากับศูนย์ สมดุลแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ สมดุลสถิตและสมดุลจลน์

10.1.1 สมดุลสถิต (Static equilibrium)

เป็นลักษณะการเกิดสมดุลที่เกิดขึ้นเมื่อวัตถุมีแรงลัพธ์มากระทำในขณะที่หยุดนิ่ง เช่น ก้อนหินวางซ้อนกันและไม่ล้ม

10.1.2 สมดุลจลน์ (Kinetic equilibrium)

ในขณะที่วัตถุมีการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว และมีแรงมากระทำแต่แรงลัพธ์ที่มากระทำเป็นศูนย์ ก็จะทำให้เกิดสมดุล เรียกว่าการเกิดสมดุลจลน์ เช่น รถยนต์หรือยานพาหนะต่างๆ ที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว เป็นต้น

10.1.3 เงื่อนไขของการเกิดสมดุล (Equilibrium condition)

เงื่อนไขการเกิดสมดุลจะเป็นไปตามกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 1 ของนิวตันที่มีแรงลัพธ์เท่ากับศูนย์มากระทำกับวัตถุ การจะเกิดสมดุลต้องมีเงื่อนไขต่อไปนี้คือ

- 1) แรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเท่ากับศูนย์ ตามสมการ

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \quad (10-1)$$

2) ทอร์กที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเท่ากับศูนย์ ตามสมการ

$$\sum \tau = 0 \quad (10-2)$$

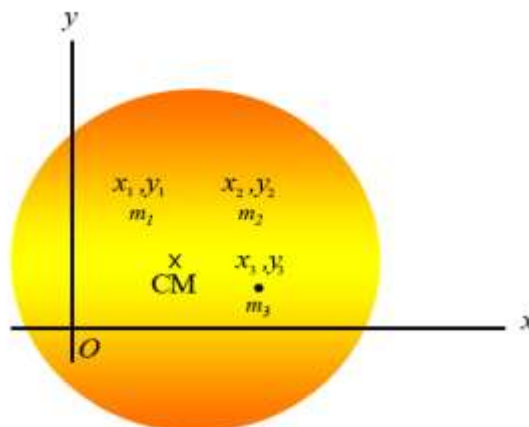
โดยเมื่อพิจารณาเป็นสามแกนตามแกน y แกน x และแกน z จะแยกเป็นสมการย่อยเป็นดังนี้

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum F_z = 0 \\ \sum \tau_x &= 0, \quad \sum \tau_y = 0, \quad \sum \tau_z = 0 \end{aligned} \quad (10-3)$$

10.2 จุดศูนย์กลางมวลและจุดศูนย์กลางถ่วง (Center of mass and center of gravity)

10.2.1 จุดศูนย์กลางมวล (Centre of mass)

จุดศูนย์กลางมวล คือจุดที่เป็นศูนย์กลางรวมของมวลของวัตถุ หรือเป็นเป็นจุดที่เสมือนเป็นศูนย์รวมมวลทั้งหมดของวัตถุ จุดศูนย์กลางมวลอาจอยู่ในหรือภายนอกวัตถุขึ้นนั้นก็ได้ เช่น เสาไฟฟ้าที่ล้มเอียง เป็นต้น พิจารณาวัตถุที่ประกอบด้วยอนุภาคเป็นจำนวนมาก และให้แต่ละอนุภาคมีมวล $m_1, m_2, \dots, m_n$ ตามลำดับ และให้มวลดังกล่าวอยู่ที่ตำแหน่ง $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ตามลำดับ ดังแสดงในภาพที่ 10.1



ภาพที่ 10.1 วัตถุทุกชนิดประกอบด้วยอนุภาคเล็กๆ จำนวนมากมาย

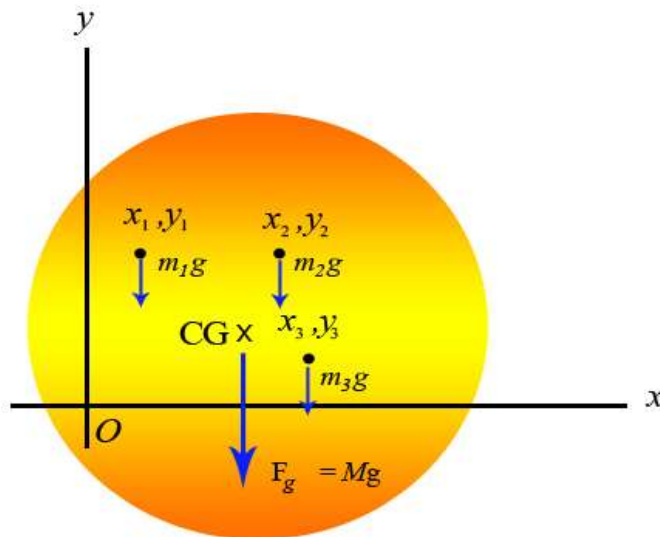
ถ้าให้ (x_{CM}, y_{CM}) เป็นศูนย์กลางมวล เราสามารถคำนวณหาจุดศูนย์กลางมวล ได้จากสมการ

$$\left. \begin{aligned} x_{CM} &= \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \\ y_{CM} &= \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \dots + m_n y_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \end{aligned} \right\} \quad (10-4)$$

สมการที่ (10-4) เป็นสมการที่ใช้ในการคำนวณหาจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุ

10.2.2 จุดศูนย์กลางถ่วง (Centre of gravity)

จุดศูนย์กลางมวลคือ จุดที่รวมมวลของวัตถุ แต่ยังมีจุดศูนย์กลางน้ำหนักที่เป็นจุดที่เสมือนเป็นศูนย์รวมของน้ำหนักทั้งหมดของวัตถุ หรือเป็นจุดที่เสมือนว่าแรงโน้มถ่วงของโลกกระทำต่อวัตถุที่จุดนั้น จุดศูนย์กลางถ่วงอาจอยู่ในหรือนอกวัตถุชิ้นนั้นก็ได้ เช่น ลูกข่างเอียง เป็นต้น



ภาพที่ 10.2 ทุกอนุภาคได้รับแรงโน้มถ่วง (g) ที่มีขนาดเท่ากัน

พิจารณาภาพที่ 10.2 ถ้าให้ (x_{CG}, y_{CG}) เป็นจุดศูนย์กลางถ่วง เราสามารถคำนวณหาจุดศูนย์กลางถ่วง ได้จากสมการ

$$\left. \begin{aligned} x_{CG} &= \frac{m_1 g_1 x_1 + m_2 g_2 x_2 + \dots + m_n g_n x_n}{m_1 g_1 + m_2 g_2 + \dots + m_n g_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i g_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i g_i} \\ y_{CG} &= \frac{m_1 g_1 y_1 + m_2 g_2 y_2 + \dots + m_n g_n y_n}{m_1 g_1 + m_2 g_2 + \dots + m_n g_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i g_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i g_i} \end{aligned} \right\} \quad (10-5)$$

สมการที่ (10-5) เป็นสมการที่ใช้ในการคำนวณหาจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุแต่เนื่องจากความเร่งโน้มถ่วง (g) ของโลกที่กระทำต่ออนุภาคต่างๆ มีค่าเท่ากัน ดังนั้นจึงเขียนสมการที่ (10-5) ได้ใหม่เป็น

$$\left. \begin{aligned} x_{CG} &= \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \\ y_{CG} &= \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \dots + m_n y_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \end{aligned} \right\} \quad (10-6)$$

จะเห็นว่าสมการที่ (10-6) ก็คือสมการคำนวณหาจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุนั่นเอง ดังนั้นบ่อยครั้งจุดศูนย์กลางมวลจะเป็นจุดเดียวกับจุดศูนย์กลางถ่วง

ตัวอย่างที่ 10.1 เด็ก 2 คนเล่นกระดานกระดก เด็กหญิงมีน้ำหนัก 350 นิวตัน และเด็กชายมีน้ำหนัก 800 นิวตันจุดหมุนของกระดานอยู่ที่จุดศูนย์กลางพอดี ถ้าเด็กชายนั่งห่างจากจุดหมุนเป็นระยะ 1 เมตร จงคำนวณหา

(ก) แรงปฏิกิริยา (n) ที่จุดหมุน

(ข) เด็กหญิงต้องอยู่ห่างจากจุดหมุนเท่าไร กระดานกระดกจึงจะอยู่ในสภาพสมดุล

วิธีทำ (ก) แรงปฏิกิริยา (n) ที่จุดหมุน

จากเงื่อนไขของสมดุลในสมการที่ (10-1) จะได้ว่า

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$n - (800\text{N}) - (350\text{N}) - (40\text{N}) = 0$$

$$n = 1190 \text{ N}$$

นั่นคือ แรงปฏิกิริยาที่จุดหมุนเท่ากับ 1190 นิวตัน

(ข) หาระยะที่เด็กหญิงต้องอยู่ห่างจากจุดหมุน เมื่อกระดานกระดกอยู่ในสภาพสมดุล จากเงื่อนไขของสมดุลในสมการที่ (10-2) จะได้ว่า

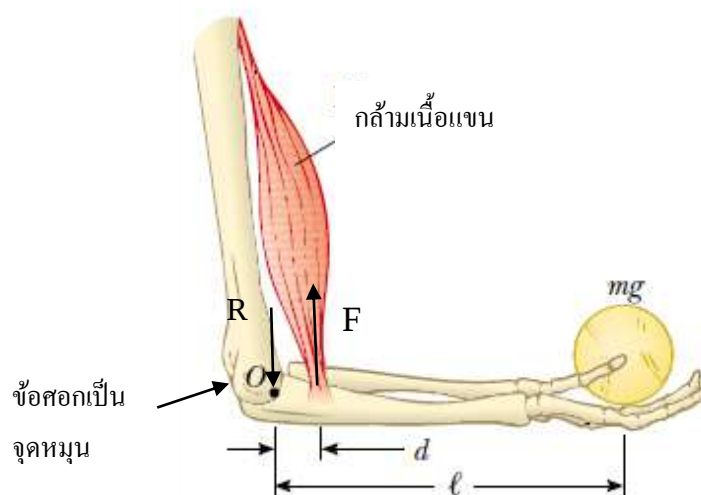
$$\begin{aligned}\sum \tau &= 0 \\ (800\text{N})(1\text{m}) - (350\text{N})(x) &= 0 \\ x &= 2.29\text{ m}\end{aligned}$$

นั่นคือ เด็กหญิงต้องอยู่ห่างจากจุดหมุนเป็นระยะ 2.29 เมตร

ตัวอย่างที่ 10.2 ชายคนหนึ่งถือวัตถุมวล 50 นิวตัน โดยให้ปลายแขนอยู่ในแนวระดับ ดังภาพที่ 10.3 เอ็นยึดปลายแขนอยู่ห่างจากข้อศอก 3 เซนติเมตร วัตถุอยู่ห่างจากข้อศอก 35 เซนติเมตร จงคำนวณหา

(ก) แรงดึงของเส้นเอ็น (F)

(ข) แรงที่ปลายแขนดึงกระดูกต้นแขน (R) โดยไม่คิดน้ำหนักของท่อนแขนส่วนปลาย



ภาพที่ 10.3 สมดุลของแขนในการยกน้ำหนัก

วิธีทำ (ก) แรงดึงของเส้นเอ็น (F)

จากเงื่อนไขของสมดุลในสมการที่ (10-1) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\sum \vec{F} &= \vec{0} \\ F - R - (50\text{N}) &= 0\end{aligned}\tag{1}$$

และจากเงื่อนไขของสมดุลในสมการที่ (10-2) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\sum \tau &= 0 \\ Fd - mg\ell &= 0\end{aligned}$$

$$F(3.00\text{m}) - (50.0\text{N})(9.8\text{m/s}^2)(35.0\text{N}) = 0$$

$$F = 583\text{ N}$$

นั่นคือ แรงดึงของเส้นเอ็น 583 นิวตัน

(ข) แรงที่ปลายแขนดึงกระดูกต้นแขน (R)

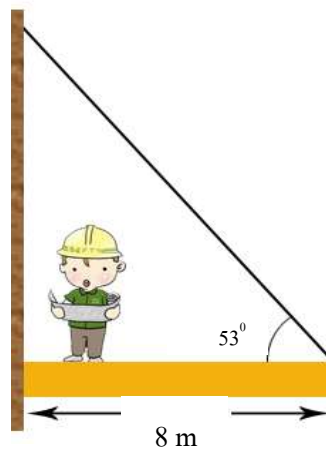
จากสมการ (1) แทนค่า F ลงไปจะได้

$$(583\text{N}) - R - (50\text{N}) = 0$$

$$R = 533\text{ N}$$

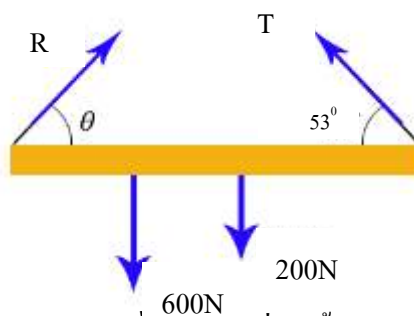
นั่นคือ แรงที่ปลายแขนดึงกระดูกต้นแขน 533 นิวตัน

ตัวอย่างที่ 10.3 คานยาว 8.0 เมตรหนัก 200 นิวตัน ยึดติดกับผนัง โดยมีเชือกดึงที่ปลายด้านหนึ่ง ทำมุม 53° กับคาน ชายคนหนึ่งหนัก 600 นิวตัน ยืนอยู่บนคานห่างจากผนัง 2 เมตร ดังภาพที่ 10.4 จงคำนวณหาแรงดึงเชือกและแรงปฏิกิริยาที่ผนัง



ภาพที่ 10.4 สมดุลของชายคนหนึ่งยืนอยู่บนคาน

วิธีทำ เขียนแรงต่างๆ ที่กระทำต่อคาน



ภาพที่ 10.5 แรงที่เกิดขึ้น

จากเงื่อนไขของสมดุลในสมการที่ (10-1) จะได้ว่า

$$\Sigma F_x = 0$$

$$R \cos \theta - T \cos 53^\circ = 0$$

$$T = \frac{5}{3} R \cos \theta \quad (1)$$

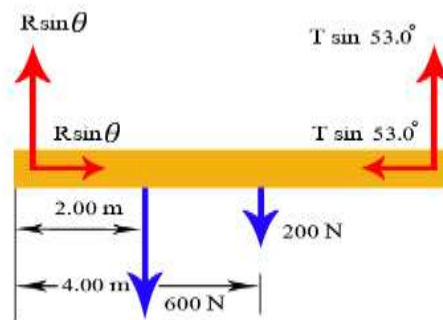
และ

$$\Sigma F_y = 0$$

$$R \sin \theta + T \sin 53^\circ - (600 \text{ N}) - (200 \text{ N}) = 0$$

$$T = 1000 \text{ N} - \frac{5}{4} R \sin \theta \quad (2)$$

และจากเงื่อนไขของสมดุลในสมการที่ (10-2) จะได้ว่า



ภาพที่ 10.6 การแยกแรง

$$\Sigma \vec{\tau} = \vec{0}$$

$$(T \sin 53^\circ)(8 \text{ m}) - (600 \text{ N})(2 \text{ m}) - (200 \text{ N})(4 \text{ m}) = 0$$

$$T = 312.5 \text{ N}$$

นั่นคือ แรงดึงเชือกเท่ากับ 312.5 นิวตัน

แทนค่า T ลงในสมการ (1) และ (2) จะได้

$$R \cos \theta = 187.5 \text{ N} \quad (3)$$

$$R \sin \theta = 550.0 \text{ N} \quad (4)$$

$$\text{นำ } \frac{(4)}{(3)} \text{ จะได้}$$

$$\tan \theta = \frac{550.0 \text{ N}}{187.5 \text{ N}} = 2.93$$

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}(2.93) \\ &= 71.1^\circ\end{aligned}$$

แทนค่า θ ในสมการ (3) จะได้

$$\begin{aligned}R &= \frac{187.5\text{N}}{\cos 71.1^\circ} \\ R &= 579 \text{ N}\end{aligned}$$

นั่นคือ แรงปฏิกิริยาที่ผนัง 579 นิวตัน

10.3 ความเค้น (Stress)

เมื่อมีแรงมากระทำกับวัตถุนั้น การที่วัตถุจะมีพฤติกรรมเป็นอย่างไร นอกจากจะขึ้นอยู่กับชนิดของวัตถุ และแรงที่มากระทำแล้วยังขึ้นอยู่กับอีกปัจจัยหนึ่งก็คือพื้นที่ภาคตัดขวางของวัตถุด้วย สำหรับอัตราส่วนของแรงที่มากระทำต่อพื้นที่ภาคตัดขวางของวัตถุเราเรียกว่า ความเค้น ความเค้นหมายถึง แรงต้านทานภายในเนื้อวัสดุที่มีต่อแรงภายนอกที่มากระทำต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ แต่โดยทางปฏิบัติแล้วเราไม่สามารถวัดแรงต้านทานภายในได้ จึงมักจะใช้แรงภายนอกแทน เนื่องจากหลักของความสมดุลที่แรงภายนอกจะต้องเท่ากับแรงภายในอยู่แล้ว โดยการหาความเค้นหาได้จากสมการ

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (10-7)$$

เมื่อ σ คือความเค้นมีหน่วยเป็นปาสคาล (Pa) หรือนิวตันต่อตารางเมตร (N/m^2)

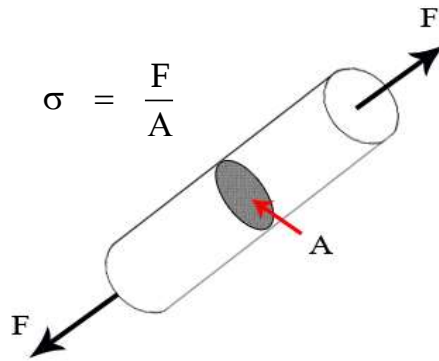
F คือแรงภายนอกที่มากระทำมีหน่วยเป็นนิวตัน (N)

A คือพื้นที่ภาคตัดขวางที่แรงกระทำมีหน่วยเป็นตารางเมตร (m^2)

เนื่องจากความเค้นจะขึ้นอยู่กับลักษณะของวัตถุที่พยายามต้านแรงที่กระทำซึ่งก็คือความสามารถในการรับแรงอัดหรือแรงดึงของสารหรือวัตถุนั้นเอง สำหรับความเค้นแบ่งได้เป็น 3 ชนิดได้แก่

10.3.1 ความเค้นดึง (Tensile stress)

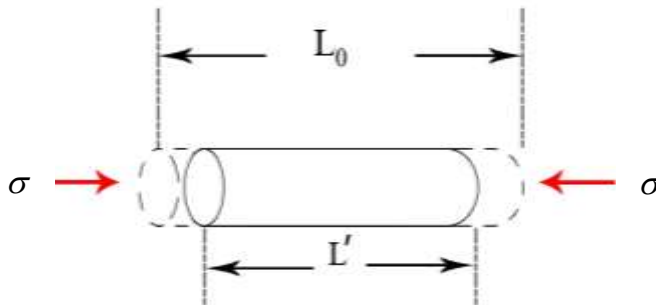
ความเค้นดึง หมายถึง ความเค้นที่เกิดจากการที่วัตถุได้รับแรงดึงที่ปลายทั้งสองของวัตถุ ความเค้นดึงเป็นเป็นความเค้นที่พยายามทำให้วัตถุยืดออกหรือเป็นความเค้นที่พยายามจะแยกเนื้อวัสดุให้แยกขาดออกจากกัน



ภาพที่ 10.7 เส้นลวดที่ถูกดึงจะมีความเค้นดึง

10.3.2 ความเค้นอัด (Compressive stress)

ความเค้นอัด หมายถึง ความเค้นที่เกิดจากแรงที่พยายามทำให้วัตถุหดสั้นลง ในขณะที่เกิดแรงอัดก็จะมีแรงที่พยายามต้านการอัดหรือการหดตัว เรียกว่าความเค้นแบบอัด

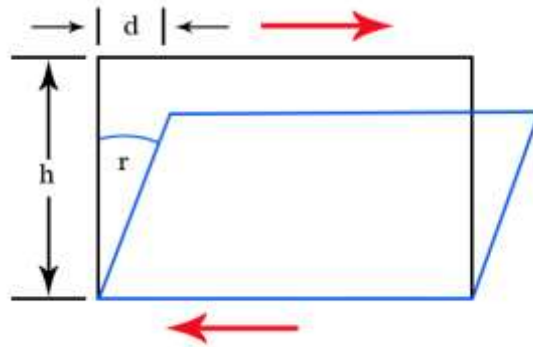


ภาพที่ 10.8 วัตถุที่ได้รับความเค้นอัด

โดยทั่วไปความเค้นอัดจะขึ้นอยู่กับโครงสร้างภายในที่เกิดจากส่วนผสมของสารที่แตกต่างกันหรือถ้าเป็นวัสดุประเภทเซรามิกส์ก็จะขึ้นอยู่กับอุณหภูมิที่แตกต่างกัน

10.3.3 ความเค้นเฉือน (Shear Stress)

เมื่อพิจารณาจากความเค้นอัดและความเค้นดึงจะเห็นได้ว่าลักษณะของความเค้นที่เกิดขึ้นกับกรณีทั้งสองนั้นเกิดเมื่อแรงที่มากระทำตั้งฉากกับวัตถุ แต่ถ้ามีแรงมากระทำแล้วขนานกับวัตถุ ก็จะทำให้เกิดความเค้นอีกชนิดหนึ่งเรียกว่าความเค้นแบบเฉือน



ภาพที่ 10.9 ความเค้นเฉือน

10.4 ความเครียด (Strain)

จากพฤติกรรมของวัตถุเมื่อถูกแรงกระทำจะทำให้ลักษณะทางกายภาพ หรือรูปร่างของวัตถุเปลี่ยนไป เช่นความยาวเพิ่มขึ้น หรือลดลง อัตราส่วนของความยาวที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงต่อความยาวเดิมเรียกว่าความเครียด ความเครียดไม่มีหน่วยเนื่องจากหน่วยที่เกิดจากการนำหน่วยที่เหมือนกันมาหารกัน สำหรับความเครียดจะมีความเครียดดึงหรืออัด และความเครียดเฉือน

10.4.1 ความเครียดดึง (Compressive strain) เกิดขึ้นเมื่อแรงที่กระทำตั้งฉากกับวัตถุ ทำให้วัตถุความยาวเพิ่มขึ้น หรือลดลง โดยความเครียดเชิงเส้นนั้นคำนวณได้จากสมการ

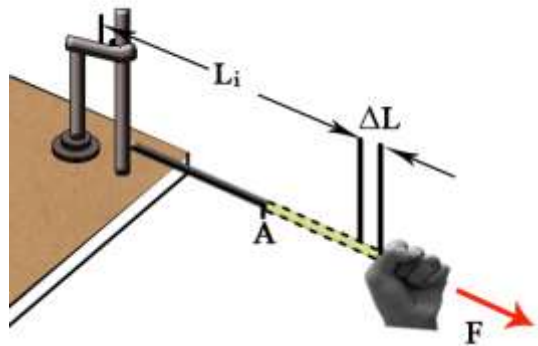
$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_i} \quad (10-8)$$

เมื่อ ε คือ ความเครียดแบบดึง

ΔL คือ ความยาวที่เปลี่ยนไป เป็น + เมื่อเป็นความเครียดแบบดึง

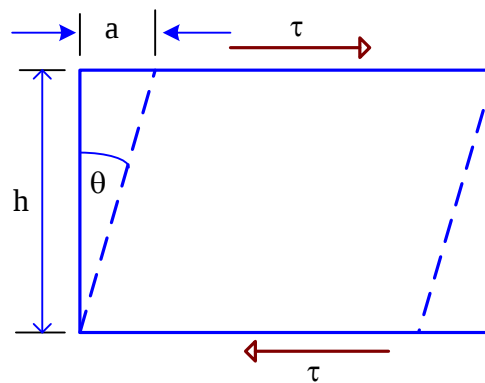
และเป็น - เมื่อเป็นความเครียดแบบอัด

L_i คือ ความยาวเริ่มต้น



ภาพที่ 10.10 วัตถุได้รับแรงดึงจะมีความเครียดเชิงเส้น

10.4.2 ความเครียดอัด (Shear strain) เกิดขึ้นเมื่อแรงที่มากระทำขนานกับวัตถุ ทำให้ระยะของวัตถุเลื่อนหรือเปลี่ยนแปลงไปดังภาพที่ 10.11



ภาพที่ 10.11 ลักษณะการเกิดความเครียดเฉือน

สำหรับความเครียดเฉือนคำนวณได้จากสมการ

$$\gamma = \frac{a}{h} \quad (10-9)$$

เมื่อ	γ	คือ $\tan \theta \approx \theta$ (ในกรณีที่มุมเล็ก)
	a	คือ ระยะที่เคลื่อนที่ไป
	h	คือ ระยะห่างระหว่างระนาบ
	θ	คือ มุมที่เปลี่ยนไป

ตัวอย่างที่ 10.4 ลวดโลหะรัศมี 9.5 มิลลิเมตรยาว 81 เซนติเมตรกำลังถูกเครื่องทดสอบแรงดึง ดึงด้วยแรง 62 กิโลกรัมนิวตัน จงหาความเค้นที่เกิดขึ้นในเส้นลวด

วิธีทำ ความเค้น

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi r^2}$$

$$\sigma = \frac{62 \times 10^3 \text{ N}}{\pi (9.5 \times 10^{-3} \text{ m})^2}$$

$$= 2.2 \times 10^8 \text{ N/m}^2$$

ความเค้นที่เกิดขึ้นในเส้นลวด $2.2 \times 10^8 \text{ N/m}^2$

ตัวอย่างที่ 10.5 ถ้าลวดอลูมิเนียมสามารถทนความเค้นได้มากที่สุด 100×10^3 นิวตันต่อตารางเมตรถ้าลวดนี้ได้รับแรงดึง 50×10^3 นิวตันจงหาว่าต้องใช้ลวดอลูมิเนียมที่มีขนาดอย่างน้อยที่สุดเท่าใดจึงจะทนแรงดึงขนาดนี้ได้

วิธีทำ จาก

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$100 \times 10^3 \text{ N/m}^2 = \frac{50 \times 10^3 \text{ N}}{A}$$

$$A = 500 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

ดังนั้นลวดต้องมีพื้นที่หน้าตัด อย่างน้อยเท่ากับ A

$$A = \pi r^2$$

$$500 \times 10^{-6} \text{ m}^2 = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2$$

$$\frac{1}{4} \pi d^2 = 500 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$d^2 = \frac{4}{\pi} \times 500 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$d = \sqrt{\frac{4}{\pi} \times 500 \times 10^{-6} \text{ m}^2}$$

$$= 25.23 \times 10^{-3} \text{ m}$$

ลวดอลูมิเนียมต้องมีเส้นผ่านศูนย์กลางอย่างน้อย 25.23 มิลลิเมตร

10.5 มอดุลัส (Modulus)

ลักษณะของวัตถุแต่ละชนิดจะแสดงพฤติกรรมที่แตกต่างกันไปเมื่อมีแรงมากระทำ พฤติกรรมเหล่านี้จะขึ้นอยู่กับความเค้น หรือความเครียดของวัตถุตามหัวข้อที่ได้ศึกษามาข้างต้น แต่ยังมีอีกค่าหนึ่งซึ่งนำความเค้นและความเครียดมาคำนวณเพื่อหาค่าความแข็งแรงของวัตถุเรียกว่าค่ามอดุลัสความยืดหยุ่น (Elastic modulus) นิยามของค่ามอดุลัสคือ อัตราส่วนของความเค้นต่อความเครียด หรือเขียนเป็นสมการได้คือ

$$\text{มอดุลัสความยืดหยุ่น} = \frac{\text{ความเค้น}}{\text{ความเครียด}}$$

$$\text{Elastic Modulus} = \frac{\text{stress}}{\text{strain}} \quad (10-10)$$

หน่วยของค่ามอดุลัสมีหน่วยตามความเค้นคือนิวตันต่อตารางเมตร หรือพาสคาล สำหรับค่ายังมอดุลัสก็แบ่งออกเป็นสามชนิดได้แก่

10.5.1 ยังมอดุลัส (Young's Modulus) เกิดจากความเค้นและความเครียดเชิงเส้น โดยคำนวณได้จากสมการ

$$Y = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad (10-11)$$

$$\text{หรือ} \quad Y = \frac{F.L_0}{A.\Delta L} \quad (10-12)$$

ยังมอดุลัสของความยืดหยุ่น และขีดจำกัดของความยืดหยุ่นเป็นสมบัติเฉพาะตัวของวัสดุ มีประโยชน์มากในด้านวิศวกรรม วัสดุที่มีค่ายังมอดุลัสมาก เป็นวัสดุที่สามารถทนต่อแรงภายนอกได้มาก และเปลี่ยนรูปร่างได้ยาก

ตัวอย่างที่ 10.6 แขนงมวล 120 กิโลกรัม ไว้กับเส้นลวดที่มีพื้นที่หน้าตัด 0.1 ตารางเมตร และยาว 2 เมตร ทำให้ลวดยืดออกมา 0.22 เซนติเมตร จงหาความเค้น ความเครียด และค่ายังมอดุลัสของลวดเส้นนี้

วิธีทำ หาความเค้นจากสมการ

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

แทนค่าจะได้

$$\sigma = \frac{mg}{A}$$

$$= 1.0 \times 10^8 \text{ นิวตันต่อตารางเมตร}$$

หาความเครียดจากสมการ

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$

แทนค่าจะได้

$$\epsilon = \frac{0.22 \times 10^{-2}}{2}$$

$$= 0.11 \times 10^{-2} \text{ เมตร}$$

หาค่ายังมอดูลัสจากสมการ

$$Y = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

แทนค่าจะได้

$$= \frac{1.0 \times 10^8}{0.11 \times 10^{-2}}$$

$$= 9.1 \times 10^{10} \text{ นิวตันต่อตารางเมตร}$$

ตัวอย่างที่ 10.7 ลูกตุ้มโลหะหนัก 940 นิวตัน ผูกกับลวดทั้งสแตนยาว 10 เมตร แขนงไว้ที่เพดาน ถ้าไม่ต้องการให้เส้นลวดยืดออกเกิน 0.5 เซนติเมตร จะต้องใช้เส้นลวดที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางน้อยที่สุดเท่าไร

วิธีทำ หาพื้นที่หน้าตัดของเส้นลวดได้จาก

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L}$$

$$A = \frac{FL}{Y\Delta L}$$

$$A = \frac{(940\text{N})(10\text{m})}{(20 \times 10^{10} \text{ N/m}^2)(0.005\text{m})}$$

$$A = 9.4 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

เส้นลวดต้องมีพื้นที่หน้าตัด 9.4×10^{-6} ตารางเมตร

หาเส้นผ่านศูนย์กลางของเส้นลวดได้จาก

$$A = \pi r^2$$

$$\begin{aligned}
 r^2 &= \frac{A}{\pi} \\
 r &= \sqrt{\frac{9.4 \times 10^{-6} \text{ m}^2}{\pi}} \\
 r &= 1.7 \times 10^{-3} \text{ m} \\
 &= 1.7 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

จะต้องใช้เส้นลวดที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางน้อยที่สุด 1.7 มิลลิเมตร

ตัวอย่างที่ 10.8 ถ้านำมวล 20 กิโลกรัมแขวนที่ปลายเส้นลวดเหล็กที่ยาว 4 เมตร และมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 2 มิลลิเมตร เส้นลวดจะยืดออกไปเท่าไร ถ้าค่ายังมอดุลัสของเหล็กเท่ากับ $196,000$ เมกะปาสคาล

วิธีทำ จาก

$$\begin{aligned}
 Y &= \frac{F/A}{\Delta L/L} \\
 \Delta L &= \frac{FL}{AY} \\
 &= \frac{mgL}{AY} \\
 \Delta L &= \frac{(20 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(4 \text{ m})}{\left(\pi(1 \times 10^{-3})^2\right)(196,000 \times 10^6 \text{ N/m}^2)} \\
 \Delta L &= 1.273 \times 10^{-3} \text{ m}
 \end{aligned}$$

ดังนั้นเส้นลวดจะยืดออกไปเท่ากับ 1.273×10^{-3} เมตร

ตัวอย่างที่ 10.9 เส้นลวดยาว 10 เมตรเส้นผ่านศูนย์กลาง 6 มิลลิเมตร เมื่อนำไปใช้ในการดึงมวล 900 กิโลกรัม เส้นลวดจะยืดออกไปเท่าไร ถ้ายังมอดุลัสของเส้นลวดเท่ากับ 180×10^9 ปาสคาล

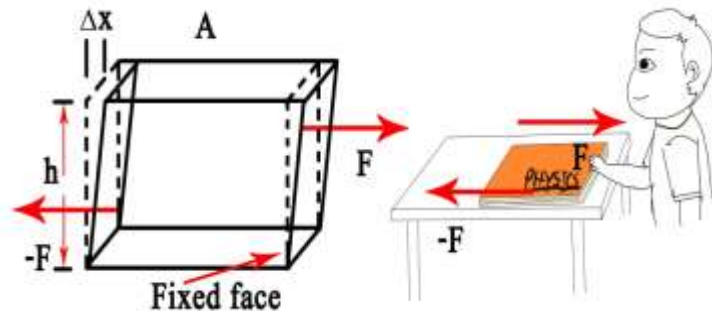
วิธีทำ จาก

$$\begin{aligned}
 Y &= \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta L}{L}} \\
 \Delta L &= \frac{1}{Y} \frac{F}{A} L \\
 \Delta L &= \frac{1}{(180 \times 10^9 \text{ Pa})} \frac{(900 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}{\pi(0.003 \text{ m})^2} (10 \text{ m}) \\
 \Delta L &= 1.6 \times 10^{-2} \text{ m}
 \end{aligned}$$

ดังนั้นเส้นลวดยืดออก 1.6 เซนติเมตร

10.5.2 มอดุลัสเฉือน (Shear modulus)

เมื่อวัตถุได้รับแรงกระทำในลักษณะที่เป็นแรงเฉือน โดยแรงเฉือนคือแรงที่กระทำต่อวัตถุเป็นแรงเฉือน คือ แรงทั้งสองมีทิศตรงข้ามกันและแนวแรงขนานกัน ถ้าวัตถุได้รับแรงเฉือนในขนาดที่มากมาย รูปร่างของวัตถุจะเปลี่ยนไปดังภาพที่ 10.12



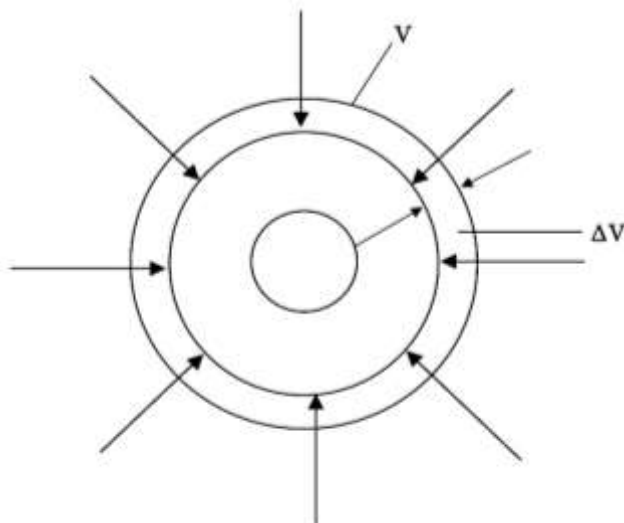
ภาพที่ 10.12 เมื่อใช้มือดันปกหนังสือทางขวามือก็จะเกิดแรงเสียดทานมีทิศไปทางขวามือแรงทั้งสองทำให้เกิดความเค้นเฉือนและทำให้หนังสือเปลี่ยนรูปร่างไป

อัตราส่วนระหว่างความเค้นเฉือนกับความเครียดเฉือนเรียกว่า มอดุลัสเฉือน เขียนเป็นสมการได้เป็น

$$S = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta x}{h}} = \frac{Fh}{A\Delta x} \quad (10-13)$$

10.5.3 ความเค้นเชิงปริมาตร (Bulk stress)

เมื่อวัตถุได้รับแรงอัดเข้ามาทุกทิศทางจะมีแรงที่พยายามต้านทานการอัดนั้น เราเรียกว่า ความเค้นเชิงปริมาตร ในขณะเดียวกันก็จะเกิดระยะที่ถูกอัดเข้าไปเรียกว่า ความเครียดอัด พิจารณาเมื่อวัตถุได้รับแรงดันในทุกทิศทางดังภาพที่ 10.13 จะเกิดลักษณะความเค้นและความเครียดอัดเชิงปริมาตรทำให้เกิดค่ามอดุลัสเรียกว่า ค่ามอดุลัสเชิงปริมาตร



ภาพที่ 10.13 การเกิดความเครียดแบบอัด

ความเค้นเชิงปริมาตร $\sigma = \frac{F}{A}$

ความเครียดเชิงปริมาตร $\varepsilon = \frac{\Delta V}{V_i}$

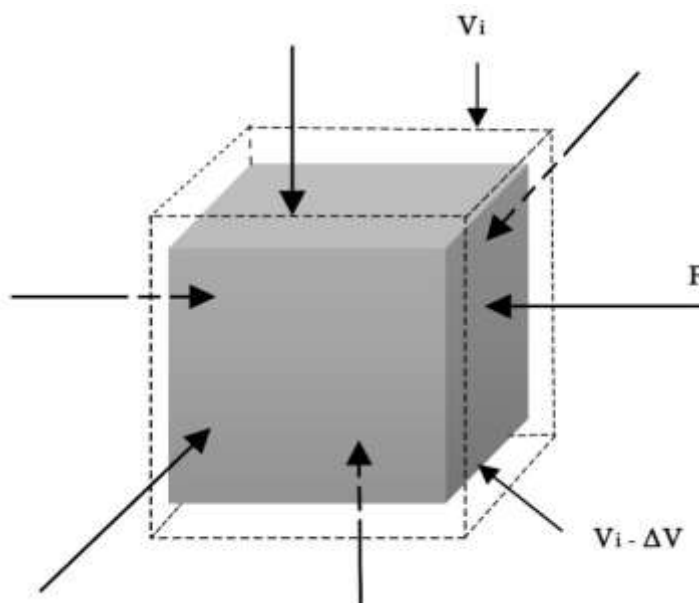
อัตราส่วนระหว่างความเค้นและความเครียดเชิงปริมาตรเรียกว่า มอดุลัสเชิงปริมาตร เขียนเป็นสมการได้คือ

$$B = \frac{\frac{\Delta F}{\frac{A}{\Delta V}}}{\frac{V_i}{V_i}} = -\frac{\frac{\Delta P}{\Delta V}}{\frac{V_i}{V_i}} \quad (10-14)$$

เมื่อ ΔP คือ ความดัน

V คือ ปริมาตร

วัตถุที่ได้รับความเค้นและความเครียดเชิงปริมาตรในปริมาณมากๆ วัตถุนั้นจะมีปริมาตรเปลี่ยนไปโดยที่รูปร่างยังเหมือนเดิม



ภาพที่ 10.14 เมื่อวัตถุได้รับแรงกดดันในทุกทิศทาง ปริมาตรของวัตถุจะเปลี่ยนแต่รูปร่างไม่เปลี่ยน

ตัวอย่างที่ 10.10 วัตถุก้อนหนึ่งมีปริมาตร 0.5 ลูกบาศก์เมตร เมื่อนำไปจุ่มลงในน้ำที่มีความดัน 2.0×10^7 นิวตันต่อตารางเมตร ทำให้เกิดมอดูลัสเชิงปริมาตร 7.7×10^9 นิวตันต่อตารางเมตร จงหาปริมาตรที่เปลี่ยนไปของวัตถุนี้

วิธีทำ จากสมการที่ (10-14)
$$B = \frac{\Delta P}{\Delta V/V}$$

แทนค่าจะได้
$$\Delta V = \frac{V \Delta P}{B}$$

$$= \frac{(0.5)(2.0 \times 10^7)}{7.7 \times 10^9}$$

$$= 1.3 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

ปริมาตรที่เปลี่ยนไปของวัตถุเท่ากับ 1.3×10^{-3} ลูกบาศก์เมตร

ค่าขั้มอดุลลัษของวัตถุแต่ละชนิดแสดงดังตารางที่ 10.1

ตารางที่ 10.1 แสดงค่ามอดุลลัษของวัตถุบางชนิด

วัตถุ	ขั้มมอดุลลัษ (นิวตันต่อตารางเมตร)	มอดุลลัษเฉือน (นิวตันต่อตารางเมตร)	บัลลัมอดุลลัษ (นิวตันต่อตารางเมตร)
อลูมิเนียม	7.0×10^{10}	2.5×10^{10}	7.0×10^{10}
ทองแดง	11.0×10^{10}	4.2×10^{10}	14.0×10^{10}
เหล็ก	20.0×10^{10}	8.4×10^{10}	16.0×10^{10}
แก้ว	$6.5-7.8 \times 10^{10}$	$2.6-3.2 \times 10^{10}$	$75.0-5.5 \times 10^{10}$

ตัวอย่างที่ 10.11 เมื่อโยนทองเหลืองรูปทรงกลมตันมีปริมาตร 0.5 ลูกบาศก์เมตร ลงไปในทะเลลึก 1860 เมตร ปริมาตรของทองเหลืองนี้จะเปลี่ยนไปเท่าไร

กำหนดให้ มอดุลลัษเชิงปริมาตรของทองเหลืองเท่ากับ 6.1×10^{10} นิวตันต่อตารางเมตร และน้ำทะเลมีความหนาแน่น 1.1×10^3 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร

วิธีทำ เนื่องจากเมื่อโยนก้อนทองเหลืองลงไปได้ทะเล ทองเหลืองจะได้รับความกดดันเพิ่มขึ้น

$$\Delta P = \rho gh$$

$$\Delta P = (1.1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ m/s}^2)(1.86 \times 10^3 \text{ m})$$

$$\Delta P = 20 \times 10^6 \text{ N/m}^2$$

หาปริมาตรที่เปลี่ยนไปได้จาก

$$B = \frac{\frac{\Delta F}{A}}{\frac{\Delta V}{V_i}} = - \frac{\frac{\Delta P}{A}}{\frac{\Delta V}{V_i}}$$

$$6.1 \times 10^{10} \text{ N/m}^2 = - \frac{20 \times 10^6 \text{ N/m}^2}{\frac{\Delta V}{0.5 \text{ m}^3}}$$

$$\Delta V = -1.6 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

ก้อนทองเหลืองจะมีปริมาตรลดลงเท่ากับ 1.6×10^{-4} ลูกบาศก์เมตร

ตัวอย่างที่ 10.12 แท่งทองแดงตันรูปลูกบาศก์ แต่ละด้านยาว 40 มิลลิเมตร เมื่ออยู่ในน้ำที่มีความดัน 20 เมกกะปาสกาล แท่งทองแดงนี้จะมีปริมาตรเปลี่ยนไปเท่าไร

กำหนดให้ มอดุลัสเชิงปริมาตรของแท่งทองแดงเท่ากับ 125,000 เมกะปาสคาล

วิธีทำ จาก

$$B = \frac{\frac{\Delta F}{A}}{\frac{\Delta V}{V_i}} = -\frac{\Delta P}{\frac{\Delta V}{V_i}}$$

$$\Delta V = -\frac{V\Delta P}{B}$$

$$\Delta V = -\frac{(40 \times 10^3 \text{ m})^3 (20 \times 10^6 \text{ Pa})}{125000 \times 10^6 \text{ Pa}}$$

$$\Delta V = -10 \text{ mm}^3$$

แท่งทองแดงนี้จะมีปริมาตรลดลง 10 ลูกบาศก์มิลลิเมตร

ตัวอย่างที่ 10.13 ความดันในห้องจุดระเบิดของเครื่องยนต์เท่ากับ 3345 เมกะปาสคาล

ลูกสูบจะมีการขยายตัวร้อยละเท่าไรเมื่อได้รับความดันนี้

กำหนดให้ ค่ามอดุลัสเชิงปริมาตรของลูกสูบเท่ากับ $1.38 \times 10^9 \text{ N/m}^2$

วิธีทำ จาก

$$B = \frac{\frac{\Delta F}{A}}{\frac{\Delta V}{V_i}} = -\frac{\Delta P}{\frac{\Delta V}{V_i}}$$

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta P}{B}$$

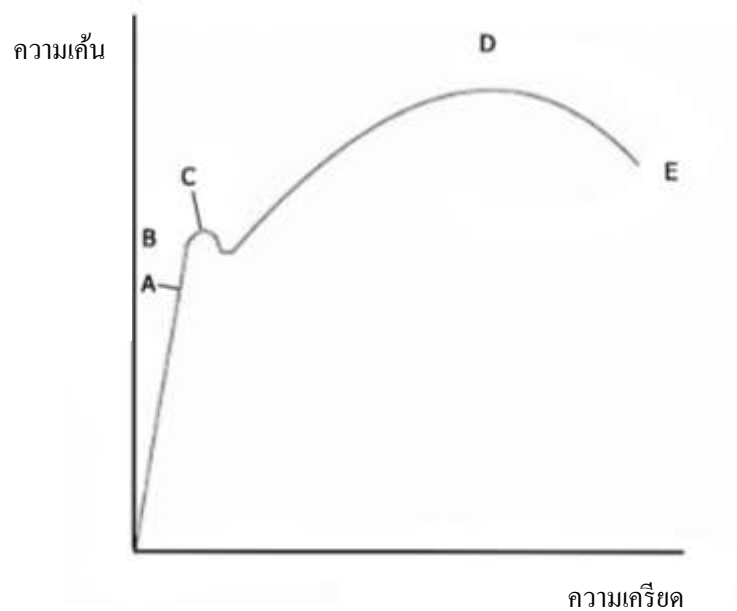
$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{345 \times 10^6 \text{ N/m}^2}{138 \times 10^9 \text{ N/m}^2} = 0.0025$$

$$\Delta V = 0.0025V$$

ลูกสูบจะมีการขยายตัว 0.25%

10.6 สภาพยืดหยุ่นของวัตถุ (Elasticity)

สภาพยืดหยุ่นเป็นลักษณะเฉพาะของวัตถุแต่ละชนิดที่มีความแตกต่างกัน สำหรับการหาลักษณะสภาพความยืดหยุ่นนั้นหาได้จากการนำกราฟที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดของวัตถุมาวิเคราะห์ ซึ่งจะทำให้เราได้กราฟแสดงถึงลักษณะความเหนียว ความเปราะ หรือความแข็งแรงของวัตถุแต่ละชนิด พิจารณาจากภาพที่ 10.15



ภาพที่ 10.15 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดของวัตถุ

จากกราฟในภาพที่ 10.15 สามารถแบ่งลักษณะการพิจารณาออกเป็นช่วงๆ ได้ดังนี้

- 1) ระยะตั้งแต่ศูนย์จนถึง A ระยะที่จะเป็นระยะที่วัตถุสามารถคืนกลับสู่สภาพเดิมได้ หมายความว่าเมื่อมีแรงกระทำกับวัตถุ โดยที่ความเค้นและความเครียดที่เกิดขึ้นยังอยู่ในช่วงที่ไม่เกินระยะ A เมื่อเอาแรงที่กระทำออก วัตถุก็จะคืนสู่สภาพเดิม โดยไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง เรียกสภาพช่วงนี้ของวัตถุว่าสภาพยืดหยุ่น
- 2) ระยะตั้งแต่ A ถึง B เป็นระยะที่วัตถุสิ้นสุดสภาพความยืดหยุ่น เมื่อปล่อยแรงออก จะไม่คืนสภาพเดิม
- 3) ระยะตั้งแต่ C ขึ้นไป เป็นลักษณะการเปลี่ยนรูปที่เรียกว่า พลาสติก (Plasticity) นั่นคือเมื่อเอาแรงที่กระทำออกวัตถุก็จะไม่กลับคืนสู่สภาพเดิม
- 4) ระยะที่จุด A จุดนี้จะเป็นจุดสุดท้ายที่วัตถุสามารถจะรับแรงที่มากกระทำได้ เมื่อเลยจุดนี้ไปวัตถุก็จะเกิดการฉีกขาด หรือแตกหัก

บทสรุป

วัตถุจะอยู่ในสภาพสมดุลก็เมื่อใดมีแรงลัพธ์ภายนอกกระทำต่อวัตถุเป็นศูนย์ สิ่งที่ทำให้วัตถุไม่มีการหมุน ก็ต่อเมื่อผลบวกของทอร์กรอบจุดใดๆ ต้องเป็นศูนย์ คุณสมบัติเชิงกลของสสารเป็นคุณสมบัติที่แสดงถึงพฤติกรรมของสสาร สสารแต่ละชนิดจะมีคุณสมบัติเชิงกลที่ต่างกัน สำหรับคุณสมบัติเชิงกลของสสาร ได้แก่ ความเค้นที่เป็นพฤติกรรมที่เกิดขึ้นเมื่อมีแรงมากระทำต่อพื้นที่ภาคตัดขวางของสสาร ความเครียดซึ่งเป็นพฤติกรรมการขยายตัวของสสาร และโมดูลัสซึ่งเป็นพฤติกรรมที่แสดงถึงความแข็งแรงของสสาร เมื่อนำความเค้นและความเครียดของสสารมาเขียนกราฟ ก็จะได้กราฟที่แสดงถึงพฤติกรรมของสสารที่เกิดขึ้น เมื่อมีแรงมากระทำโดยช่วงแรก ถ้าเอาแรงที่กระทำกับวัตถุออกวัตถุจะคืนกลับสู่สภาพเดิมเรียกสภาพยืดหยุ่น แต่ถ้าปล่อยแรงแล้ววัตถุไม่คืนสู่สภาพเดิมเรียกช่วงนี้ว่าสภาพพลาสติก

แบบฝึกหัด

1. แขนงมวล 400 กิโลกรัมกับเส้นลวดโลหะชนิดหนึ่งยาว 10 เมตร มีพื้นที่หน้าตัด 2×10^{-4} ตารางเมตร เส้นลวดนี้จะยืดออกเป็นระยะเท่าใด ถ้ากำหนดให้ค่ามอดูลัสของยังของเส้นลวดนี้เป็น 2×10^{11} นิวตันต่อตารางเมตร
2. ลวดโลหะเส้นหนึ่งยาว 4 เมตร มีพื้นที่ภาคตัดขวาง 1×10^{-8} ตารางเมตร มีค่ามอดูลัสของยังเท่ากับ 1.1×10^{11} นิวตันต่อตารางเมตร ออกแรงดึงเท่าไรจึงจะทำให้ลวดเส้นนี้ยืดออกอีก 1 มิลลิเมตร
3. แท่งอลูมิเนียมรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาดกว้าง 8 เซนติเมตร สูง 15 เซนติเมตร ยาว 3.5 เซนติเมตร เมื่อถูกอัดด้วยแรง 15,500 นิวตัน จงหาความยาวที่ลดลง
4. เครื่องอัดไฮดรอลิกชนิดหนึ่ง มีน้ำมันบรรจุอยู่ 135 ลิตร จงหาว่าปริมาตรของน้ำมันจะลดลงเท่าไร ถ้าเพิ่มความดันอัดน้ำมันอีก 136 atm กำหนดให้สภาพอัดได้ของน้ำมันเท่ากับ 20×10^{-6} ต่อ atm
5. เมื่อแขนงมวล M ไว้ที่ปลายเส้นลวด จะทำให้เส้นลวดยืดออก 0.12 % ของความยาวเดิม ถ้าพื้นที่หน้าตัดของลวดเท่ากับ 0.2 ตารางเมตร และมีค่ามอดูลัสของยังเท่ากับ 2×10^{11} นิวตันต่อตารางเมตรมวล M จะมีค่าเท่าไร
6. แผ่นโลหะ 2 แผ่น ยึดติดกันด้วยหมุดย้ำหัว 4 ตัว แต่ละตัวมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 6 มิลลิเมตร แผ่นโลหะที่ยึดปลายแล้วนี้จะรับแรงดึงได้สูงสุดเท่าไร ทั้งนี้ความเค้นเฉือนที่หมุดจะต้องไม่เกิน 7×10^7 นิวตันต่อตารางเมตร ให้ถือว่าหมุดแต่ละตัวรับน้ำหนักเท่ากัน
7. ท่อโลหะชั้นหนึ่งมีพื้นที่ภาคตัดขวาง 50 ตารางเซนติเมตร ยาว 1.8 เมตร ถ้าถูกกระทำด้วยแรงดึง 320,000 นิวตัน จะยืดออกกี่เมตร กำหนดให้มอดูลัสของยังเท่ากับ 20×10^{10} นิวตันต่อตารางเมตร
8. จงหาความหนาแน่นของน้ำทะเล ณ ความลึกอันหนึ่งซึ่งมีความดัน 3×10^7 เซนติเมตรที่ผิวน้ำทะเลมีความหนาแน่น 1,020 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตรมีสภาพอัดได้ 5×10^{-10} นิวตันต่อตารางเมตร¹ และดันบรรยากาศ 10^5 นิวตันต่อตารางเมตร
9. ตะกั่วทรงกลมรัศมี 1 m ถูกหย่อนลงในทะเลลึกความดัน 70×10^6 นิวตันต่อตารางเมตร จงหาปริมาตรที่ลดลงในหน่วยของ ลูกบาศก์เซนติเมตร
10. บัลลัมมอดูลัสของปรอท 2.6×10^{10} นิวตันต่อตารางเมตร จงหาจำนวนร้อยละของปริมาตรที่ลดลง เมื่อเพิ่มความดันเป็น 10 atm ($1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5$ นิวตันต่อตารางเมตร)

ก้อนตะกั่วปริมาตร 0.5 ลูกบาศก์เมตรถูกหย่อนลงในน้ำทะเล ณ ตำแหน่งที่มีความ
ดัน $2 \times 10^7 \text{ N/m}^2$ โมดูลัสเชิงปริมาตรของตะกั่วเท่ากับ 7.7×10^9 นิวตันต่อตาราง
เมตร จงหาปริมาตรที่เปลี่ยนแปลงไปของก้อนตะกั่วนี้

เอกสารอ้างอิง

ก่องกัญจน์ ภัทรากาญจน์ และชนกาญจน์ ภัทรากาญจน์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (2552).

ฟิสิกส์ 1 ตัวอย่างและโจทย์พร้อมคำเฉลย. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

คณาจารย์ภาควิชาฟิสิกส์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (2549). ฟิสิกส์ 1. กรุงเทพฯ:

สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เชิญโชค ศรขวัญ และคณะ, มหาวิทยาลัยมหิดล. (2546). ฟิสิกส์ทั่วไป 1. กรุงเทพฯ: คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล.

ทวี นิยมอ้อย, มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์. (2541). ฟิสิกส์พื้นฐานระดับมหาวิทยาลัย 1.

กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

ปรเมษฐ์ ปัญญาเหล็ก, มหาวิทยาลัยศรีปทุม. (2553). ปฏิบัติการฟิสิกส์ 1. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยศรีปทุม.

ปิยพงษ์ สิทธิคง. (2540). ทฤษฎีและตัวอย่างโจทย์ฟิสิกส์พื้นฐาน. กรุงเทพฯ : แมคกรอฮิล.

สุชาติ สุภาพ, มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี. (2558). ฟิสิกส์ทั่วไป. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ทริปปี้ เอ็ดดูเคชั่น.

Fraser, G. (2006). **The New Physics for the Twenty-First Century**. Cambridge:

Cambridge University Press.

Giambattista, A., Richardson, B.M., and Richardson, R.C. (2007). **College Physics 2nd**

ed. Boston: Mc Graw Hill.

Serway, R. A., and Jewett, J. W. (2014). **Physics for Scientists and Engineers with Modern**

Physics 9th ed. Belmont: Brooks/Cole-Thomson Learning.

Serway, R.A., Vuille, C., and Hughes, J. (2015). **College Physics 10th ed.** Stamford: Cengage Learning.

Thornton, T.S., and Rex, A. (2013). **Modern Physics for Scientists and Engineers 4th**

ed. Boston: Brooks/Cole- Cengage Learning.

Young, H.D., and Freedman, R.A. (2016). **Sear's & Zemansky's University Physics with**

Modern Physics 14th ed. Essex: Pearson Education Limited.