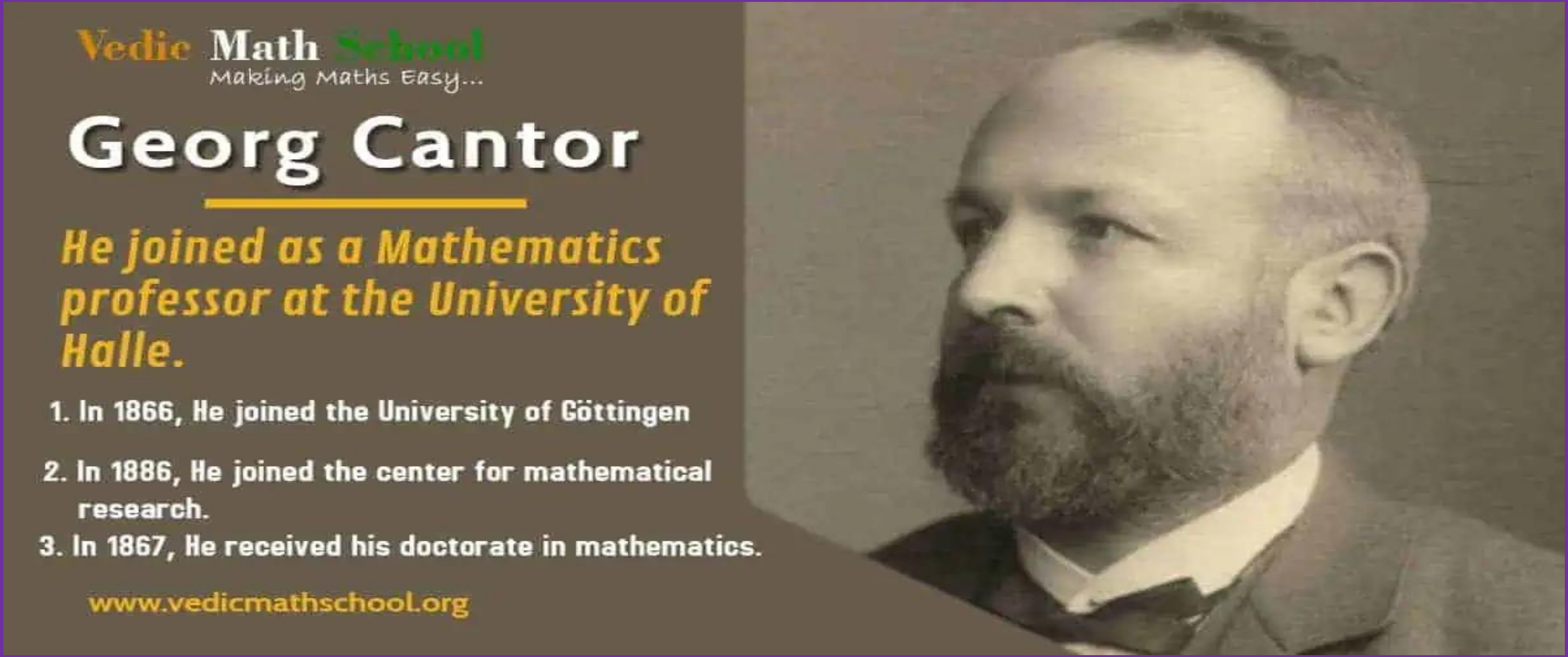
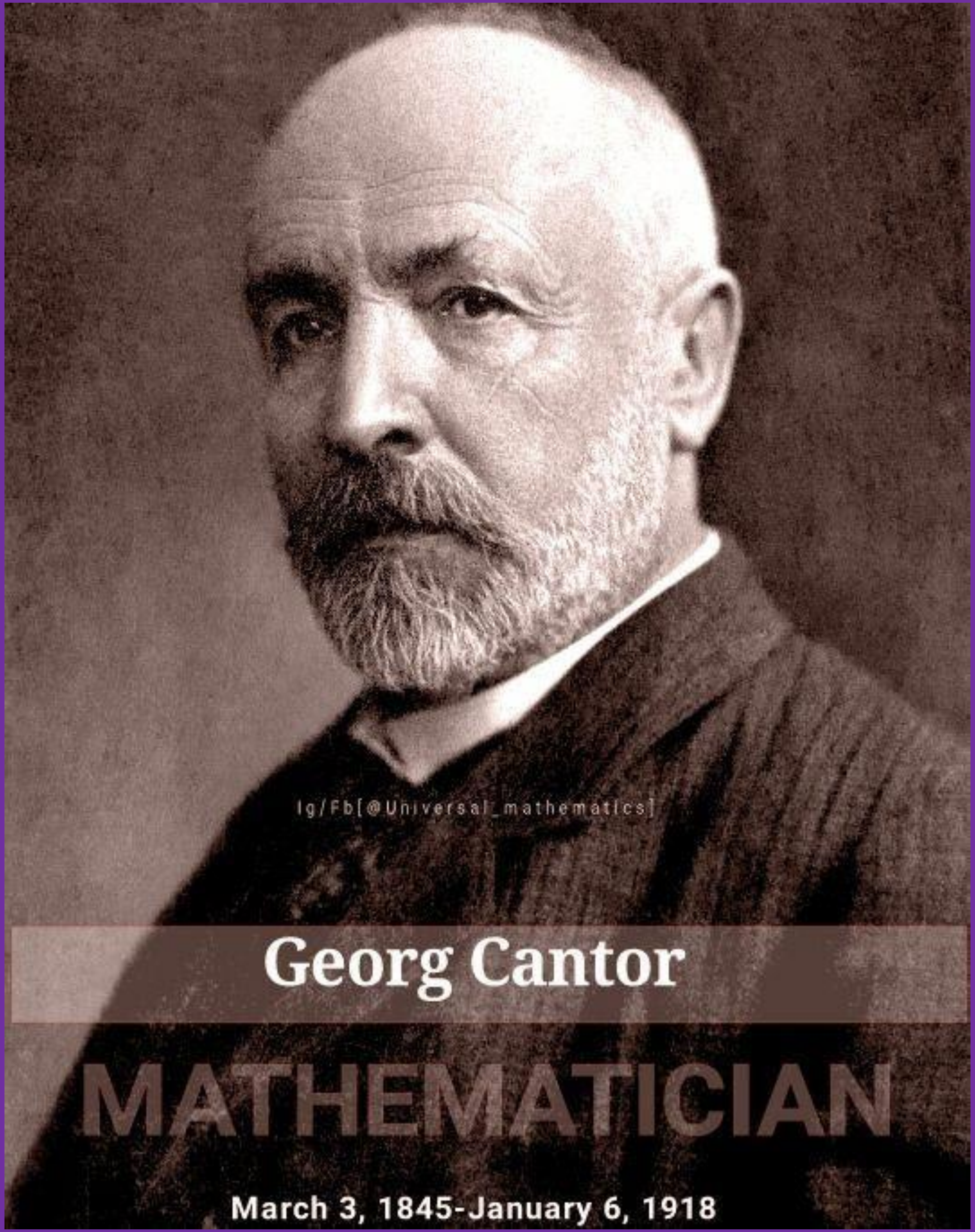
บทที่ 4 เซตเบื้องต้น (Foundation of SET)





Georg Cantor, in full Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor German mathematician who founded set theory and introduced the mathematically meaningful concept of transfinite numbers, indefinitely large but distinct from one another.

....

The theory of sets developed by German mathematician Georg Cantor. He first encounter sets while working on problems on trigonometric series.“

1. ประเภทของเซต

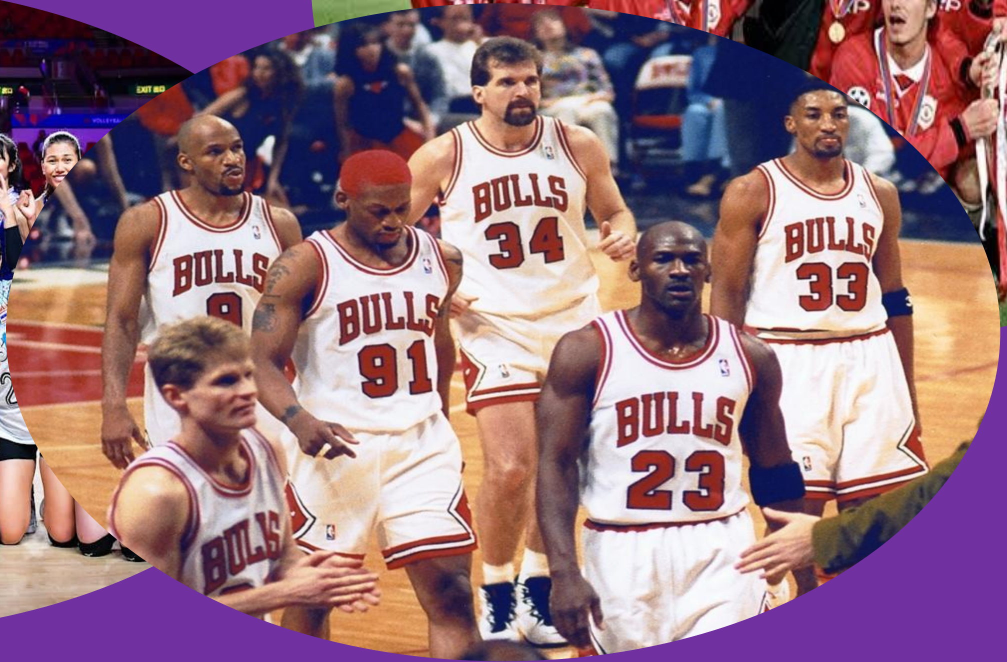
2. การดำเนินการของเซต

3. แผนภาพเวนน-ออยเลอร์

4. การประยุกต์ในสถานการณ์จริง

5. ผลคูณคาร์ทีเซียน

“เซต (SET)”



“เซต (SET)”

“เซต (SET)”

นิสัย
เหมือนกัน

ชอบสิ่ง
เดียวกัน

ไม่ชอบ
เหมือนกัน

มีสมบัติ
ร่วมกัน

เกิดวัน
เดียวกัน

เกิดเดือน
เดียวกัน

อยู่ทีม
เดียวกัน

เป็นสิ่ง
ประเภท
เดียวกัน

“เซต (SET)”

“เซต” เป็นคำอนิยาม (undefined terms) แทนคำที่ยอมรับร่วมกัน กลุ่มของสิ่งของต่าง ๆ กลุ่มของความชื่นชอบ กลุ่มของประเภทของสัตว์ เช่น เซตของนก เซตของช้าง เซตของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ เซตของจำนวนจริงบวก เป็นต้น นิยมใช้สัญลักษณ์อักษรตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น A, B, C,... และอาจมีสัญลักษณ์เฉพาะทางอื่น ๆ เช่น

เซตของจำนวนจริง ใช้สัญลักษณ์ R

เซตของจำนวนตรรกยะ ใช้สัญลักษณ์ Q

เซตของจำนวนเต็ม ใช้สัญลักษณ์ Z

เรียกสิ่งที่อยู่ในเซตว่า “**สมาชิก**” (element) ของเซต นิยมใช้สัญลักษณ์อักษรตัวพิมพ์เล็ก เช่น a, b, c,.... และใช้สัญลักษณ์ $\in$ แทน “**เป็นสมาชิกของ**” และ $\notin$ แทน “**ไม่เป็นสมาชิกของ**”

วิธีการเขียนเซต

วิธีที่ 1 : การเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก

คือการเขียนสมาชิกทั้งหมดไว้ในเครื่องหมายวงเล็บปีกกา { } และคั่นแต่ละสมาชิกด้วยเครื่องหมายจุลภาค (,)

วิธีที่ 2 : การเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไข

คือการเขียนเซตโดยบรรยาย หรือบอกเงื่อนไขของสมาชิก และใช้ตัวแปรเป็นตัวแทนสมาชิก ดังรูป $\{x \mid$ สมบัติของ $x\}$

อ่านว่า "เซตของ x โดยที่มีสมบัติ..."

เอกภพสัมพัทธ์ และเซตว่าง

บทนิยาม 1 : เอกภพสัมพัทธ์ (universal set)

เรียกเซตของสิ่งของทั้งหมดที่เรากำลังกล่าวถึงหรือสนใจอยู่ว่า "เอกภพสัมพัทธ์" (universal set) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\mathcal{U}$

บทนิยาม 2 : เซตว่าง (empty set)

เรียกเซตซึ่งไม่มีสมาชิกว่า "เซตว่าง" (empty set) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\{\ \}$ หรือ $\varnothing$

สับเซต (subset)

บทนิยาม 3 : สับเซต (subset) หรือ เซตย่อย

ให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ จะกล่าวว่าเซต A เป็น สับเซต (subset) ของเซต B เขียนแทนด้วย $A \subseteq B$

$$A \subseteq B \leftrightarrow \forall x \in \mathcal{U}, (x \in A \rightarrow x \in B)$$

และเรียก B เป็นซุปเปอร์เซตของ A เขียนแทนด้วย $B \supseteq A$

ถ้า A ไม่เป็นสับเซตของ B เขียนแทนด้วย $A \nsupseteq B$ นั่นคือ

$$A \nsubseteq B \leftrightarrow \exists x \in \mathcal{U}, (x \in A \wedge x \notin B)$$

**** จากนิยามจะกล่าวได้ว่า $A \subseteq A$ และ $\varnothing \subseteq A$ ทุกๆ เซต A

สับเซตแท้ (proper subset)

บทนิยาม 3.1 : สับเซตแท้ (proper subset) หรือ เซตย่อยแท้

จะกล่าวว่าเซต A เป็น สับเซตแท้ (Proper subset) ของเซต B

เขียนแทนด้วย $A \subset B$ ก็ต่อเมื่อ $A \subseteq B$ แต่ $A \neq B$

$$A \subset B \leftrightarrow (A \subseteq B) \wedge (A \neq B)$$

ถ้า A ไม่เป็นสับเซตแท้ของ B เขียนแทนด้วย $A \not\subset B$

$$A \not\subset B \leftrightarrow (A \nsubseteq B) \vee (A = B)$$

การเท่ากันของเซต

บทนิยาม 4 : การเท่ากันของเซต

ให้ A และ B เป็นเซตใดๆ จะกล่าวว่า A เท่ากับ B ก็ต่อเมื่อ $A \subseteq B$ และ $B \subseteq A$ เขียนแทนด้วย A = B จะได้ว่า

$$A = B \leftrightarrow (A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)$$

$$\leftrightarrow \forall x(x \in A \rightarrow x \in B) \wedge \forall x(x \in B \rightarrow x \in A)$$

การไม่เท่ากันของเซต

บทนิยาม 4 : การไม่เท่ากันของเซต

ให้ A และ B เป็นเซตใดๆ จะกล่าวว่า A ไม่เท่ากับ B เขียนแทนด้วย $A \neq B$ จะได้ว่า

$$A \neq B \leftrightarrow (A \nsubseteq B) \vee (B \nsubseteq A)$$

$$\leftrightarrow \exists x(x \in A \wedge x \notin B) \vee \exists x(x \in B \wedge x \notin A)$$

ทฤษฎีสับเซต

ทฤษฎีบท 1 : ถ้า A เป็นเซตใดๆ จะได้ว่า $A \subseteq A$

ทฤษฎีบท 2 : ถ้า A เป็นเซตใดๆ จะได้ว่า $\emptyset \subseteq A$

ทฤษฎีบท 3 : ถ้า $A \subseteq B$ และ $B \subseteq C$ แล้ว $A \subseteq C$

ทฤษฎีบท 4 : ให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ

A = B ก็ต่อเมื่อ $A \subseteq B$ และ $B \subseteq A$

Power set :P(A) เซตกำลัง

บทนิยาม 5 : เซตกำลัง

เซตกำลังของเซต A (The Power Set of Set A) หมายถึง <u>เซตของเซตย่อยทั้งหมด</u>ของเซต A เขียนแทนด้วย P(A)

$P(A) = \{B | B \subseteq A\}$ นั่นคือ P(A) เป็นเซตของเซต B ทั้งหมดที่ $B \subseteq A$

จากบทนิยามจะได้ว่า

$$B \in P(A) \leftrightarrow B \subseteq A$$