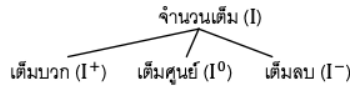


# จำนวนจริง

## จำนวนชนิดต่างๆ

จำนวนเต็ม (I) คือ จำนวนที่ลงตัวเป็นเลขเต็มหน่วย ไม่มีส่วนที่เป็นเศษส่วนหรือทศนิยม

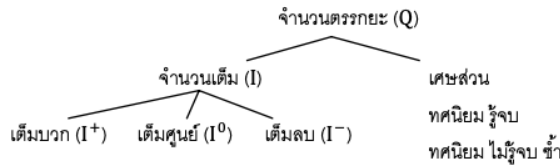


จำนวนเต็ม แบ่งเป็น 3 กลุ่ม ได้แก่

- จำนวนเต็มบวก ( $I^+$ ) หรือ จำนวนนับ หรือ จำนวนธรรมชาติ (N) ได้แก่ 1, 2, 3, ...
- จำนวนเต็มศูนย์ ( $I^0$ ) ได้แก่ 0
- จำนวนเต็มลบ ( $I^-$ ) ได้แก่ -1, -2, -3, ...

หมายเหตุ: จำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุด คือ 1 แต่จะไม่มีจำนวนเต็มบวกที่มากที่สุด  
จำนวนเต็มลบที่มากที่สุด คือ -1 แต่จะไม่มีจำนวนเต็มลบที่น้อยที่สุด

จำนวนตรรกยะ (Q) คือ จำนวนที่เขียนในรูป  $\frac{\text{จำนวนเต็ม}}{\text{จำนวนเต็ม}}$  ได้ (เมื่อตัวส่วน  $\neq 0$ )



จำนวนตรรกยะ ประกอบด้วย

- จำนวนเต็ม เพราะเขียนเป็น  $\frac{\text{จำนวนเต็ม}}{1}$  ได้ เช่น  $5 = \frac{5}{1}$ ,  $-2 = \frac{-2}{1}$
- เศษส่วน ที่อยู่ในรูป (หรือทำให้อยู่ในรูป)  $\frac{\text{จำนวนเต็ม}}{\text{จำนวนเต็ม}}$  ได้ (เมื่อตัวส่วน  $\neq 0$ )
- ทศนิยม ระบุ เพราะเขียนเป็น  $\frac{\text{จำนวนเต็ม}}{\text{สิบร้อยพัน}}$  ได้ เช่น  $0.7 = \frac{7}{10}$ ,  $1.53 = \frac{153}{100}$
- ทศนิยม ไม่ระบุ ซ้ำๆ เพราะมีสูตรแปลงเป็นเศษส่วนได้  
เช่น  $0.\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ ,  $0.\dot{3}2\dot{6} = \frac{326}{999}$ ,  $0.12\dot{3}5\dot{6} = \frac{12356-12}{99900} = \frac{12344}{99900}$

จำนวนอตรรกยะ (Q') คือ จำนวนที่เขียนในรูป  $\frac{\text{จำนวนเต็ม}}{\text{จำนวนเต็ม}}$  ไม่ได้ ซึ่งประกอบด้วย

- ทศนิยม ไม่ระบุ ไม่ซ้ำ เช่น 1.010010001..., 2.21452301520136455202...
- พวงกลมตรงไม่ลงตัว เช่น  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{10}$ , ...
- ค่าคงที่พิเศษบางตัว เช่น  $\pi$ ,  $e$

หมายเหตุ:  $\pi$  ไม่ได้เท่ากับ  $\frac{22}{7}$  หรือ 3.14 แต่  $\pi$  มีค่าประมาณ  $\frac{22}{7}$  หรือ 3.14

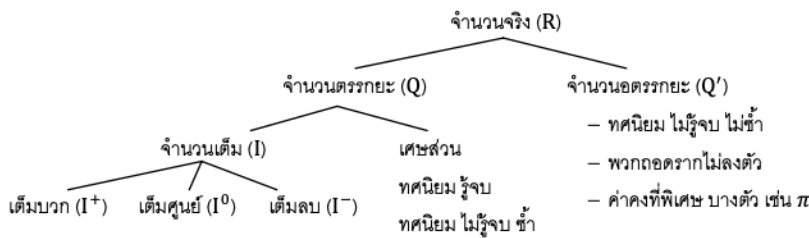
ค่า  $\pi$  จริงๆ มีค่าเท่ากับ 3.141592653589793238462643383279502884197169399...

หมายเหตุ: ควรจำค่าประมาณของ  $\sqrt{2}$  และ  $\sqrt{3}$  ให้ได้ ( $\sqrt{2} \sim 1.414$ ,  $\sqrt{3} \sim 1.732$ )

การบวกลบคูณหาร ของจำนวนตรรกยะและอตรรกยะ จะได้ผลลัพธ์ดังนี้

- จำนวนตรรกยะ บวกลบคูณหารกัน ได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนตรรกยะเสมอ (เมื่อตัวหาร  $\neq 0$ )
- จำนวนอตรรกยะ บวกลบคูณหารกัน มีสิทธิ์เป็น ตรรกยะ หรือ อตรรกยะ ก็ได้  
 เช่น  $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6} \rightarrow \text{อต} \times \text{อต} = \text{อต}$   
 $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4 \rightarrow \text{อต} \times \text{อต} = \text{ต}$
- ตรรกยะ บวกลบ อตรรกยะ ได้ อตรรกยะ เสมอ  
 ตรรกยะ คูณหาร อตรรกยะ ได้ อตรรกยะ เสมอ ยกเว้น กรณีที่จำนวนตรรกยะนั้นเป็นศูนย์

จำนวนจริง (R) คือ จำนวนที่มีอยู่จริงๆ (บนเส้นจำนวน) ซึ่งประกอบด้วย จำนวนตรรกยะ และจำนวนอตรรกยะ ดังรูป



และเราสามารถเติมเครื่องหมาย + หรือ - ไปบนหัว R หรือ Q ได้

- $R^+$  หมายถึง จำนวนจริงที่เป็นบวก
- $R^-$  หมายถึง จำนวนจริงที่เป็นลบ
- $Q^+$  หมายถึง จำนวนตรรกยะที่เป็นบวก
- $Q^-$  หมายถึง จำนวนตรรกยะที่เป็นลบ

หมายเหตุ: จำนวนทุกจำนวนที่เรารู้จักในชั้นนี้ จะเป็นจำนวนจริงทั้งหมด

จำนวนที่ไม่ใช่จำนวนจริง ได้แก่ รากที่คู่ของจำนวนลบ เช่น  $\sqrt{-1}$  ซึ่งจะได้เรียนในเรื่องจำนวนเชิงซ้อน

**สมบัติการเท่ากัน**

จำนวนจริง มีสมบัติเกี่ยวกับการเท่ากันอยู่ 5 ข้อ ดังนี้

- สมบัติการสะท้อน  $a = a$  เสมอ
- สมบัติการสมมาตร ถ้า  $a = b$  แล้ว  $b = a$
- สมบัติการถ่ายทอด ถ้า  $a = b$  และ  $b = c$  แล้ว  $a = c$
- สมบัติการบวกด้วยตัวเท่า ถ้า  $a = b$  แล้ว  $a + c = b + c$
- สมบัติการคูณด้วยตัวเท่า ถ้า  $a = b$  แล้ว  $ac = bc$

**สมบัติการบวกและคูณ**

จำนวนจริง มีสมบัติเกี่ยวกับการบวกและการคูณอยู่

	การบวก	การคูณ
สมบัติปิด	จำนวนจริงบวกกัน ยังคงได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนจริง	จำนวนจริงคูณกัน ยังคงได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนจริง
สมบัติสลับที่	$a + b = b + a$	$a \times b = b \times a$
สมบัติเปลี่ยนกลุ่ม	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
สมบัติการมีเอกลักษณ์	มีเอกลักษณ์การบวก คือ 0	มีเอกลักษณ์การคูณ คือ 1
สมบัติการมีอินเวอร์ส	จำนวนจริงทุกตัว มีอินเวอร์สการบวกที่เป็นจำนวนจริง	จำนวนจริงทุกตัว (ยกเว้น 0) มีอินเวอร์สการคูณที่เป็นจำนวนจริง
สมบัติการแจกแจง	$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$	



- บวกลบพหุนาม ให้บวกลบเฉพาะเอกนามที่บวกลบกันได้ ถ้าบวกลบกันไม่ได้ก็ให้ปล่อยไว้เหมือนเดิม

$$\begin{aligned} \text{เช่น } (2x^5 + 4x + 5) + (x^5 - x^2 - 2x) &= 3x^5 - x^2 + 2x + 5 \\ (x^2 - 2x - 1) - (2x^2 - x - 2) &= x^2 - 2x - 1 - 2x^2 + x + 2 \\ &= -x^2 - x + 1 \end{aligned}$$

- คูณพหุนาม ให้ใช้หลักการกระจาย

$$\begin{aligned} \text{เช่น } (2x^2 + 4x + 5)(x^2 - 2) &= 2x^4 - 4x^2 + 4x^3 - 8x + 5x^2 - 10 \\ &= 2x^4 + 4x^3 + x^2 - 8x - 10 \end{aligned}$$

สังเกตว่า ดีกรีของผลลัพธ์ จะเท่ากับ ผลรวมดีกรีของพหุนามที่มาคูณกัน เสมอ

- หารพหุนาม ให้ตั้งหารยาว

$$\begin{array}{r} \text{เช่น } (x^2 - 2x + 5) \div (x + 2) \qquad \qquad \qquad x + 2 \overline{) \begin{array}{r} x^2 - 2x + 5 \\ \underline{x^2 + 2x} \phantom{+ 5} \\ -4x + 5 \\ \underline{-4x - 8} \\ 13 \end{array} \end{array}$$

โดยจะได้ ตัวตั้ง = (ตัวหาร  $\times$  ผลหาร) + เศษ

$$\text{นั่นคือ } x^2 - 2x + 5 = (x + 2)(x - 4) + 13$$

สังเกตว่า ดีกรีของผลลัพธ์ จะเท่ากับ ดีกรีตัวตั้ง - ดีกรีตัวหาร เสมอ

- การเทียบสัมประสิทธิ์ ทำได้เมื่อ พหุนามมีค่าเท่ากัน ไม่ว่าจะแทน  $x$  ด้วยอะไร

$$\text{เช่น ถ้า } ax^3 + bx^2 + cx + d = 2x^3 - 3x^2 + 5 \text{ สำหรับทุก } x$$

$$\text{เราจะได้ทันทีว่า } a = 2, b = -3, c = 0, d = 5$$

### แบบฝึกหัด

1. กำหนดให้  $P(x) = x^2 - 1$ ,  $Q(x) = 3x + 2$ ,  $R(x) = P(x) - Q(x)$  จงหาค่าของ  $R(2)$

2. ถ้า  $P(x)$  หารด้วย  $2x - 1$  ลงตัว ได้ผลลัพธ์  $x + 2$  แล้ว จงหา  $P(x)$

3. ถ้า  $P(x)$  หารด้วย  $x^2 - 1$  ได้ผลลัพธ์  $2x + 3$  เศษ  $x - 1$  แล้ว จงหา  $P(x)$