

ความน่าจะเป็นและสถิติสำหรับวิศวกร



Probability and Statistics
for Engineers

e-mail: reudee.ni@ssru.ac.th

Web site: http://www.elfit.ssru.ac.th/reudee_ni/

รศ.ดร.ฤดี นิยมรัตน์

คำอธิบายรายวิชา

ความน่าจะเป็น ตัวแปรสุ่ม
การทดสอบสมมติฐาน การแจกแจง
การแจกแจงแบบมีเงื่อนไข ฟังก์ชันความ
หนาแน่น ความน่าจะเป็น ค่าความคาดหวัง

Probability, random variables,
hypotheses testing, distribution,
conditional distribution, probability
density function, expectations,

2 ความแปรปรวน

variances,

1 การอนุมานทางสถิติ

statistical inferences,

3 การวิเคราะห์การถดถอย

regression analysis,

การประยุกต์ใช้งาน

implementation



กำหนดการสอน 5 ครั้ง

- การประเมินผล
1. คะแนนการร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน
 2. คะแนนการทดสอบ รวม 30 คะแนน

หัวข้อการเรียน	การทดสอบ (คะแนน)
การอนุมานทางสถิติ	20
t-test	20
F-test (one way ANOVA)	20
การวิเคราะห์การถดถอยอย่างง่าย	20
การวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณ	20

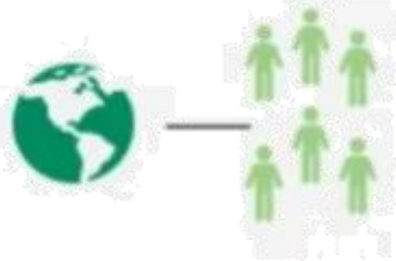
การทุจริต
ในการทดสอบ

มีคะแนนการ
ประเมินผล
ทั้ง 5 ครั้ง เป็น 0



การทดสอบค่าที (t-test)

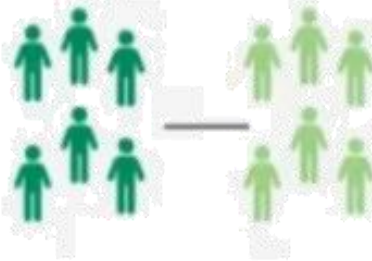
One sample t-test



Is there a difference between a group and the population.

เปรียบเทียบข้อมูล 1 กลุ่ม
กับค่ามาตรฐานหรือค่าที่มีก่อนแล้ว

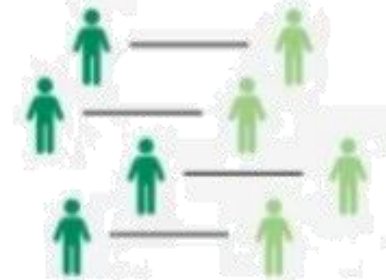
Independent samples t-test



Is there a difference between two groups

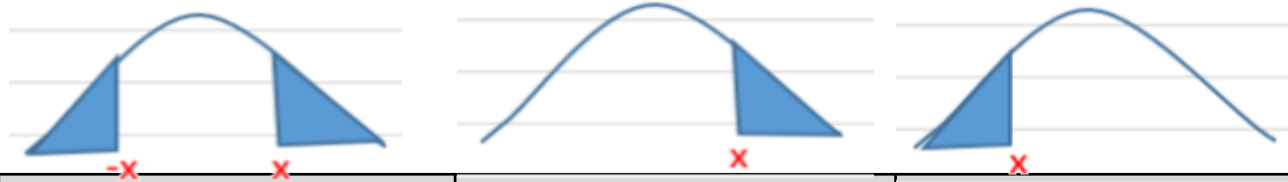
เปรียบเทียบข้อมูล 2 กลุ่ม
ที่เป็นอิสระต่อกัน

Paired samples t-test

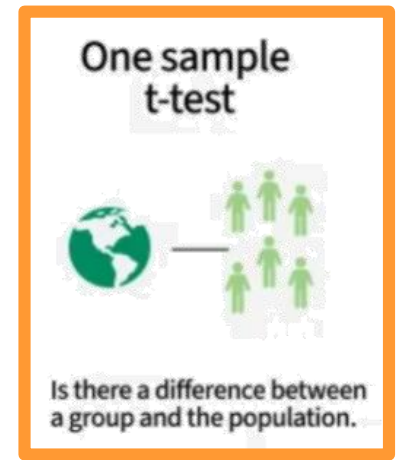


Is there a difference in a group between two points in time

เปรียบเทียบข้อมูล 2 กลุ่ม
ที่ไม่เป็นอิสระต่อกัน



สมมติฐานหลัก (null hypothesis)	$H_0: \mu = \mu_0$	$H_0: \mu \leq \mu_0$	$H_0: \mu \geq \mu_0$
สมมติฐานทางเลือก (alternative hypothesis)	$H_1: \mu \neq \mu_0$	$H_1: \mu > \mu_0$	$H_1: \mu < \mu_0$



ค่าเฉลี่ยของความสูงของผู้สมัครประกวดนางงามกลุ่มที่ 1 จำนวน 5 คน (175, 174, 175, 172, 178) เทียบกับค่ามาตรฐาน 170 เซนติเมตรหรือไม่

สมมติฐาน

ค่าเฉลี่ยของความสูงมีค่า = 170 $H_0: \mu = 170$

ค่าเฉลี่ยของความสูงมีค่า \neq 170 $H_1: \mu \neq 170$

มาตรฐานของปริมาณสารตะกั่วในมะเขือเทศเชื่อมไม่เกิน 0.05 มิลลิกรัม ต่อ 1 กิโลกรัม ผลการทดสอบ 9 ตัวอย่าง ค่าเฉลี่ยของปริมาณสารตะกั่วเป็นไปตามมาตรฐานหรือไม่

สมมติฐาน

$H_0: \mu \leq 0.05$

$H_1: \mu > 0.05$



ค่าเฉลี่ยของความสูงของผู้สมัครประกวดนางงาม
กลุ่มที่ 1 จำนวน 5 คน (175, 174, 175, 172,
178) เท่ากับค่ามาตรฐาน **170** เซนติเมตรหรือไม่

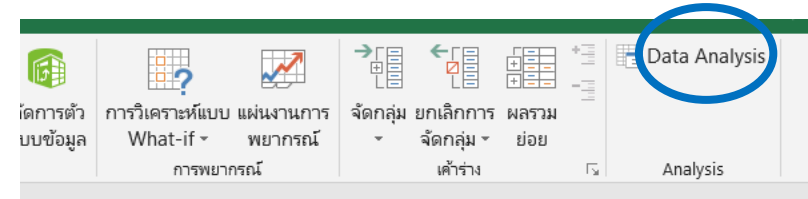
สมมติฐาน

ค่าเฉลี่ยของความสูงมีค่า = 170 $H_0: \mu = 170$

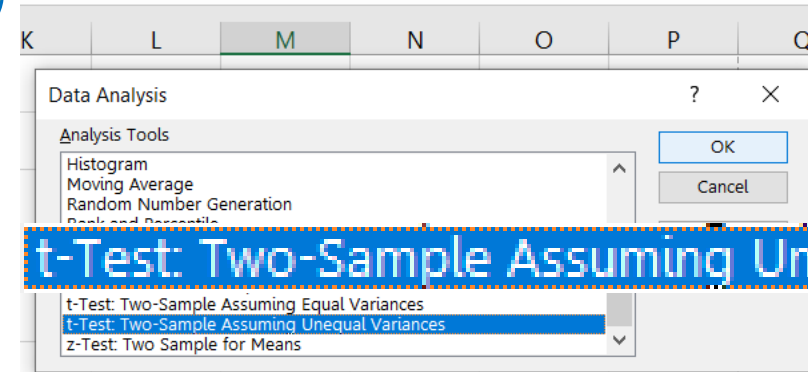
ค่าเฉลี่ยของความสูงมีค่า $\neq 170$ $H_1: \mu \neq 170$

175	0
174	0
175	
172	
178	

1



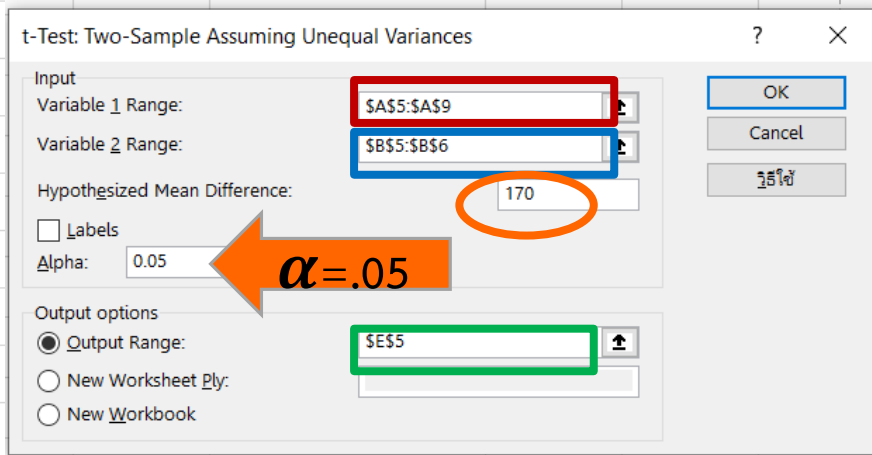
2



t-Test: Two-Sample Assuming Unequal Variances

175	0
174	0
175	
172	
178	

3



$\alpha = .05$

4

	Variable 1	Variable 2
Mean	174.800	0
Variance	4.700	0
Observations	5.000	2
Hypothesized Mean Difference	170.000	
df	4.000	
t Stat	4.951	
P(T<=t) one-tail	0.004	
t Critical one-tail	2.132	
P(T<=t) two-tail	0.008	
t Critical two-tail	2.776	



One sample t-test

Is there a difference between a group and the population.





ค่าเฉลี่ยของความสูงมีค่า = 170 $H_0: \mu = 170$
 ค่าเฉลี่ยของความสูงมีค่า $\neq 170$ $H_1: \mu \neq 170$

One sample t-test

Is there a difference between a group and the population.

	Variable 1
Mean	174.800
Variance	4.700
Observations	5.000
Hypothesized Mean Difference	170.000
df	4.000
t Stat	4.951 ค่า t คำนวณ
P(T<=t) one-tail	0.004
t Critical one-tail	2.132
P(T<=t) two-tail	0.008 ค่า P-value
t Critical two-tail	2.776 ค่า t ที่จุดวิกฤต



ค่า t คำนวณ > ค่า t ที่จุดวิกฤต จึงปฏิเสธ H_0 และยอมรับ H_1

ค่า P-value มีค่าน้อยกว่าค่าอัลฟา (.05) จึงปฏิเสธ H_0 และยอมรับ H_1
 คือ ความสูงเฉลี่ยของประชากรไม่เท่ากับ 170 เซนติเมตร
 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05



มาตรฐานของ
ปริมาณสารตะกั่ว
ในมะเขือเทศเชื่อม
ไม่เกิน 0.05
มิลลิกรัม ต่อ 1
กิโลกรัม ผลการ
ทดสอบ 9 ตัวอย่าง
ค่าเฉลี่ยของ
ปริมาณสารตะกั่ว
เป็นไปตาม
มาตรฐานหรือไม่
(ที่ระดับนัยสำคัญ
ทางสถิติ $\alpha = .01$)

0.049
0.052
0.051
0.051
0.049
0.041
0.048
0.052
0.051

สมมติฐาน

$$H_0: \mu \leq 0.05$$

$$H_1: \mu > 0.05$$

t คำนวณ =

t ที่จุดวิกฤต (1 tail) =

t ที่จุดวิกฤต (2 tails) =

P-value (1 tail) =

P-value (2 tails) =

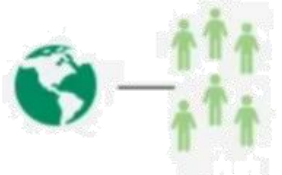
ยอมรับสมมติฐานตัวใด

เขียนคำอ่านเป็นสมมติฐานทางสถิติ:

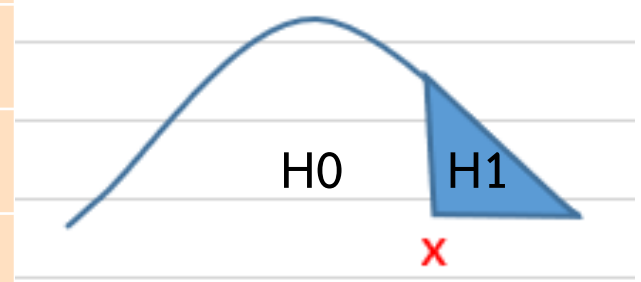
แปลเป็นคำพูด:

EXAMPLE

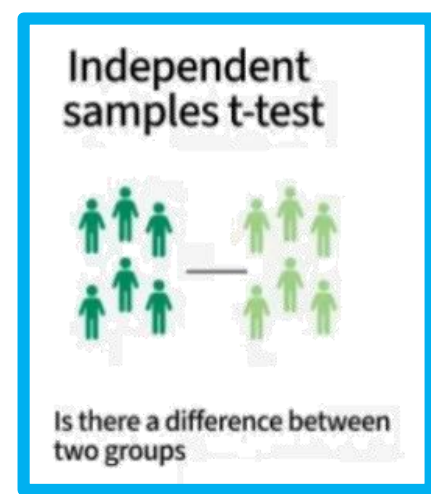
One sample t-test



Is there a difference between a group and the population...



สมมติฐานหลัก (null hypothesis)	$H_0: \mu_1 = \mu_2$	$H_0: \mu_1 \leq \mu_2$	$H_0: \mu_1 \geq \mu_2$
สมมติฐานทางเลือก (alternative hypothesis)	$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$	$H_1: \mu_1 > \mu_2$	$H_1: \mu_1 < \mu_2$



ลูกอูฐแรกเกิดจาก 2 ฟาร์มมีน้ำหนัก**แตกต่างกัน**หรือไม่

สมมติฐาน

$$H_0: \mu_{\text{farm1}} = \mu_{\text{farm2}}$$

$$H_1: \mu_{\text{farm1}} \neq \mu_{\text{farm2}}$$

พนักงานเพศชายและเพศหญิง มีเวลาการเข้าใช้งาน e-learning ของบริษัท**แตกต่างกัน**หรือไม่

สมมติฐาน

$$H_0: \mu_{\text{ชาย}} = \mu_{\text{หญิง}}$$

$$H_1: \mu_{\text{ชาย}} \neq \mu_{\text{หญิง}}$$

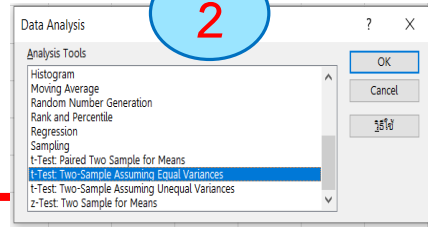


ลูกอูฐแรกเกิดจาก 2 ฟาร์ม
มีน้ำหนักแตกต่างกันหรือไม่

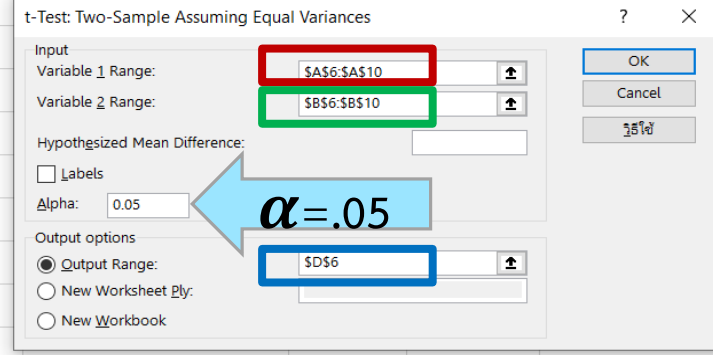
สมมติฐาน $H_0: \mu_{farm1} = \mu_{farm2}$

$H_1: \mu_{farm1} \neq \mu_{farm2}$

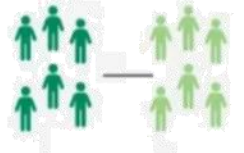
2-ทดสอบ t-test



Farm 1	Farm 2
66.5	67.1
62.5	73.0
66.6	63.0
71.6	75.2
62.9	75.0



Independent samples t-test



Is there a difference between two groups

1-ทดสอบค่าความแปรปรวน

66.5	67.1	F-Test Two-Sample for Variances		
62.5	73.0			
66.6	63.0		Variable 1	Variable 2
71.6	75.2	Mean	66.020	70.660
62.9	75.0	Variance	13.457	29.068
		Observations	5.000	5.000
		df	4.000	4.000
		F	0.463	
		P(F<=f) one-tail	0.237	
		F Critical one-tail	0.157	

1

ค่า P-value > ค่าอัลฟา (.05)

จึงยอมรับ H_0

หมายถึง ความแปรปรวน

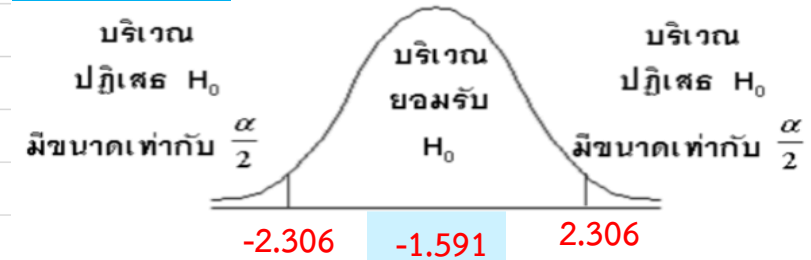
ไม่แตกต่างกัน (เท่ากัน)

t-Test: Two-Sample Assuming Equal Variances

t-Test: Two-Sample Assuming Equal Variances		
	Variable 1	Variable 2
Mean	66.020	70.660
Variance	13.457	29.068
Observations	5.000	5.000
Pooled Variance	21.263	
Hypothesized Mean Difference	0.000	
df	8.000	
t Stat	-1.591	ค่า t คำนวณ
P(T<=t) one-tail	0.075	
t Critical one-tail	1.860	
P(T<=t) two-tail	0.150	ค่า P-value
t Critical two-tail	2.306	ค่า t ที่จุดวิกฤต

4

3-แปลผล



ค่า P-value มีค่ามากกว่าค่าอัลฟา (.05)
จึงยอมรับ H_0

$H_0: \mu_{farm1} = \mu_{farm2}$

คือ ลูกอูฐแรกเกิดของทั้ง 2 ฟาร์ม มีน้ำหนักไม่
แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05



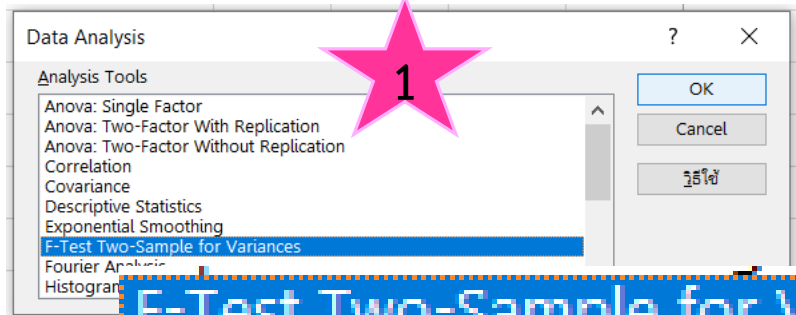


1-ทดสอบค่าความแปรปรวน

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

3. ประชากรแต่ละกลุ่มมีความแปรปรวน (Variance) เท่ากัน >> ทดสอบ



F-Test Two-Sample for Variances

3

	Variable 1	Variable 2
Mean	62.7	69.62
Variance	43.505	22.672
Observations	5	5
df	4	4
F	1.918887	
P(F<=f) one-tail	0.271694	
F Critical one-tail	6.388233	

ค่า P-value \geq ค่าอัลฟา (.05)
จึงยอมรับ H0
หมายถึง ความแปรปรวน
ไม่แตกต่างกัน (เท่ากัน)

t-Test: Two-Sample Assuming Equal Variances

ถ้า ค่า P-value < ค่าอัลฟา (.05)
จึงปฏิเสธ H0 และยอมรับ H1
หมายถึง ความแปรปรวนแตกต่างกัน

t-Test: Two-Sample Assuming Unequal Variances

Farm 1	Farm 2
53.0	67.1
62.5	73.0
63.5	63.0
71.6	70.0
62.9	75.0

2



พนักงานเพศชายและเพศหญิง
มีเวลาการเข้าใช้งาน e-
learning ของบริษัทแตกต่างกันหรือไม่
(ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ,
 $\alpha = .01$)

ชาย	หญิง
65	120
30	120
25	60
120	60
45	60
120	30
60	45
45	45
30	60

สมมติฐาน

$$H_0: \mu_{\text{ชาย}} = \mu_{\text{หญิง}}$$

$$H_1: \mu_{\text{ชาย}} \neq \mu_{\text{หญิง}}$$

ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวน:

รูปแบบการวิเคราะห์ค่าที่ใช้:

t คำนวณ =

t ที่จุดวิกฤต (1 tail) =

t ที่จุดวิกฤต (2 tails) =

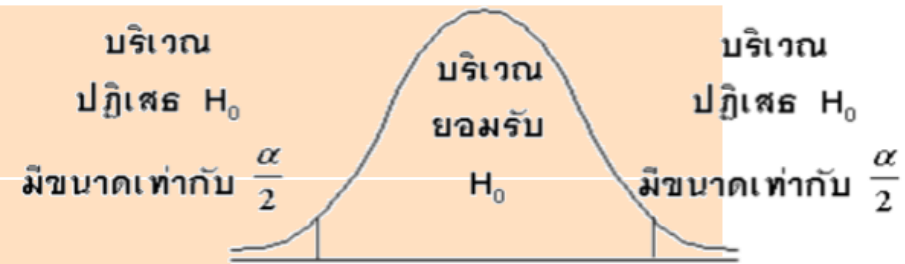
P-value (1 tail) =

P-value (2 tails) =

ยอมรับสมมติฐานตัวใด:

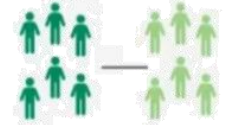
เขียนคำอ่านเป็นสมมติฐานทางสถิติ:

แปลเป็นคำพูด:



EXAMPLE

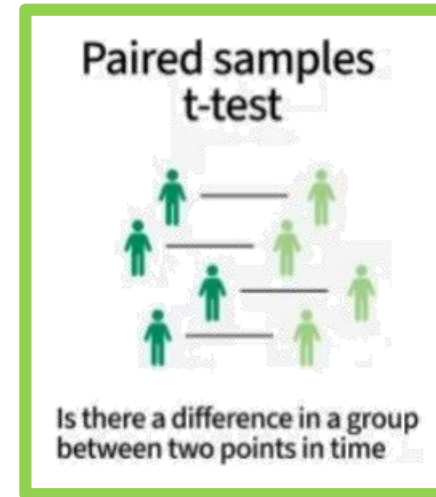
Independent samples t-test



Is there a difference between two groups



สมมติฐานหลัก (null hypothesis)	$H_0: \mu_{\text{ก่อน}} - \mu_{\text{หลัง}} = 0$
สมมติฐานทางเลือก (alternative hypothesis)	$H_1: \mu_{\text{ก่อน}} - \mu_{\text{หลัง}} \neq 0$



พนักงานฝ่ายผลิตมีความรู้ก่อนและหลังการอบรมแตกต่างกันหรือไม่

สมมติฐาน

$H_0: \mu_{\text{ก่อน}} - \mu_{\text{หลัง}} = 0$

$H_1: \mu_{\text{ก่อน}} - \mu_{\text{หลัง}} \neq 0$

คน 8 คนต่อไปนี้ มีค่าการเต้นของหัวใจ ก่อนและหลังการออกกำลังกายแตกต่างกันหรือไม่

สมมติฐาน

$H_0: \mu_{\text{ก่อน}} - \mu_{\text{หลัง}} = 0$

$H_1: \mu_{\text{ก่อน}} - \mu_{\text{หลัง}} \neq 0$

พนักงานฝ่ายผลิตมีความรู้ก่อนและหลังการอบรมแตกต่างกันหรือไม่

สมมติฐาน $H_0: \mu_{\text{ก่อน}} - \mu_{\text{หลัง}} = 0$

$H_1: \mu_{\text{ก่อน}} - \mu_{\text{หลัง}} \neq 0$

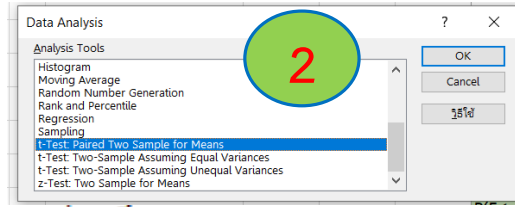
1-ทดสอบค่าความแปรปรวน

ก่อน	หลัง	F-Test Two-Sample for Variances		
45	50			
38	48		Variable 1	Variable 2
40	49	Mean	36.286	44.571
35	41	Variance	47.238	20.952
41	45	Observations	7.000	7.000
30	39	df	6.000	6.000
25	40	F	2.255	
		P(F<=f) one-tail	0.173	
		F Critical one-tail	4.284	

1

ค่า P-value > ค่าอัลฟา (.05)
จึงยอมรับ H_0
หมายถึง ความแปรปรวน
ไม่แตกต่างกัน (เท่ากัน)

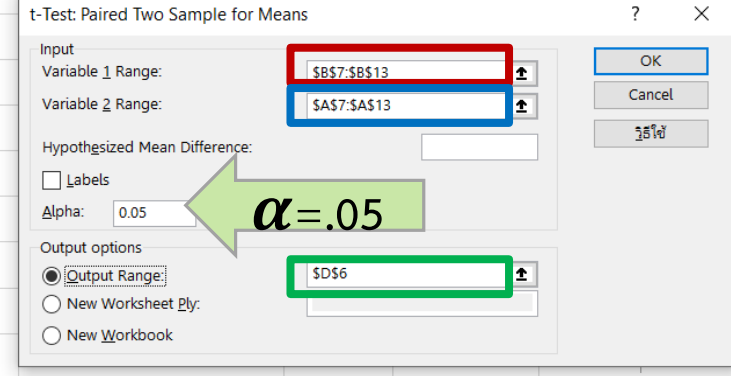
2-ทดสอบ t-test



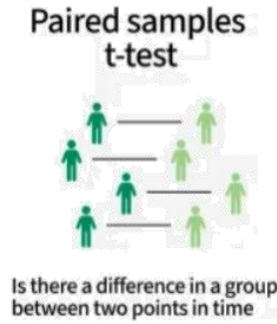
t-Test: Paired Two Sample for Means

ก่อน	หลัง
45	50
38	48
40	49
35	41
41	45
30	39
25	40

3



$\alpha = .05$



Is there a difference in a group between two points in time



3-แปลผล



ค่า P-value มีค่าน้อยกว่าค่าอัลฟา (.05)
จึงปฏิเสธ H_0

$H_1: \mu_{\text{ก่อน}} - \mu_{\text{หลัง}} \neq 0$
คือ พนักงานฝ่ายผลิตมีความรู้ก่อนและหลังการอบรมแตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05

t-Test: Paired Two Sample for Means		
	Variable 1	Variable 2
Mean	44.571	36.286
Variance	20.952	47.238
Observations	7.000	7.000
Pearson Correlation	0.863	
Hypothesized Mean Difference	0.000	
df	6.000	
t Stat	5.879	ค่า t คำนวณ
P(T<=t) one-tail	0.001	
t Critical one-tail	1.943	
P(T<=t) two-tail	0.001	ค่า P-value
t Critical two-tail	2.447	ค่า t ที่จุดวิกฤต



คน 8 คนต่อไปนี้ มีค่าการ
เต้นของหัวใจ ก่อนและ
หลังการออกกำลังกาย
แตกต่างกันหรือไม่

(ที่ระดับนัยสำคัญทาง
สถิติ, $\alpha = .01$)

ก่อน	หลัง
110	150
69	147
80	100
98	160
88	154
78	120
102	140
95	108

สมมติฐาน

$H_0: \mu_{\text{ก่อน}} - \mu_{\text{หลัง}} = 0$

$H_1: \mu_{\text{ก่อน}} - \mu_{\text{หลัง}} \neq 0$

ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวน:

รูปแบบการวิเคราะห์ค่าที่ใช้:

t คำนวณ =

t ที่จุดวิกฤต (1 tail) =

t ที่จุดวิกฤต (2 tails) =

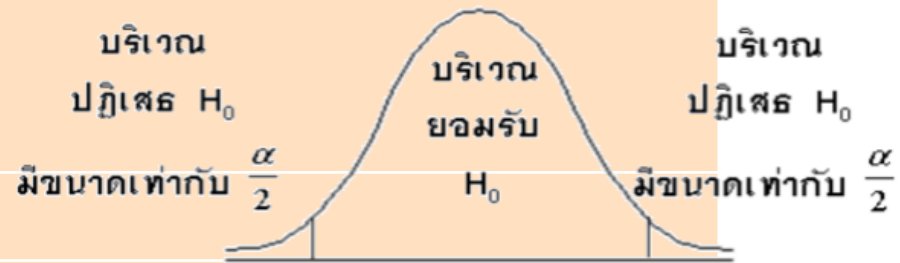
P-value (1 tail) =

P-value (2 tails) =

ยอมรับสมมติฐานตัวใด:

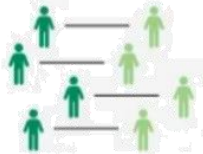
เขียนคำอ่านเป็นสมมติฐานทางสถิติ:

แปลเป็นคำพูด:



EXAMPLE

Paired samples
t-test



Is there a difference in a group
between two points in time





ทดสอบ 20 คะแนน

เรื่อง การทดสอบค่าที (t-test)

ปัญหาที่พบ

- * ลายมืออ่านไม่ออก
- * ไม่ใช้ทศนิยม 3 ตำแหน่ง
- * ใช้สัญลักษณ์แทนคำพูด
- * ใช้คำไม่ถูกต้อง
- * ไม่ระบุค่านัยสำคัญทางสถิติ



Probability and Statistics
for Engineers

รศ.ดร.ฤดี นิยมรัตน์



Probability and Statistics
for Engineers