

ความน่าจะเป็นและสถิติสำหรับวิศวกร



Probability and Statistics
for Engineers

e-mail: reudee.ni@ssru.ac.th

Web site: http://www.elfit.ssru.ac.th/reudee_ni/

รศ.ดร.ฤดี นิยมรัตน์

คำอธิบายรายวิชา

ความน่าจะเป็น ตัวแปรสุ่ม
การทดสอบสมมติฐาน การแจกแจง
การแจกแจงแบบมีเงื่อนไข ฟังก์ชันความ
หนาแน่น ความน่าจะเป็น ค่าความคาดหวัง

Probability, random variables,
hypotheses testing, distribution,
conditional distribution, probability
density function, expectations,

variances,

statistical inferences,

regression analysis,

implementation

2 ความแปรปรวน

1 การอนุมานทางสถิติ

3 การวิเคราะห์การถดถอย

การประยุกต์ใช้งาน



กำหนดการสอน 5 ครั้ง

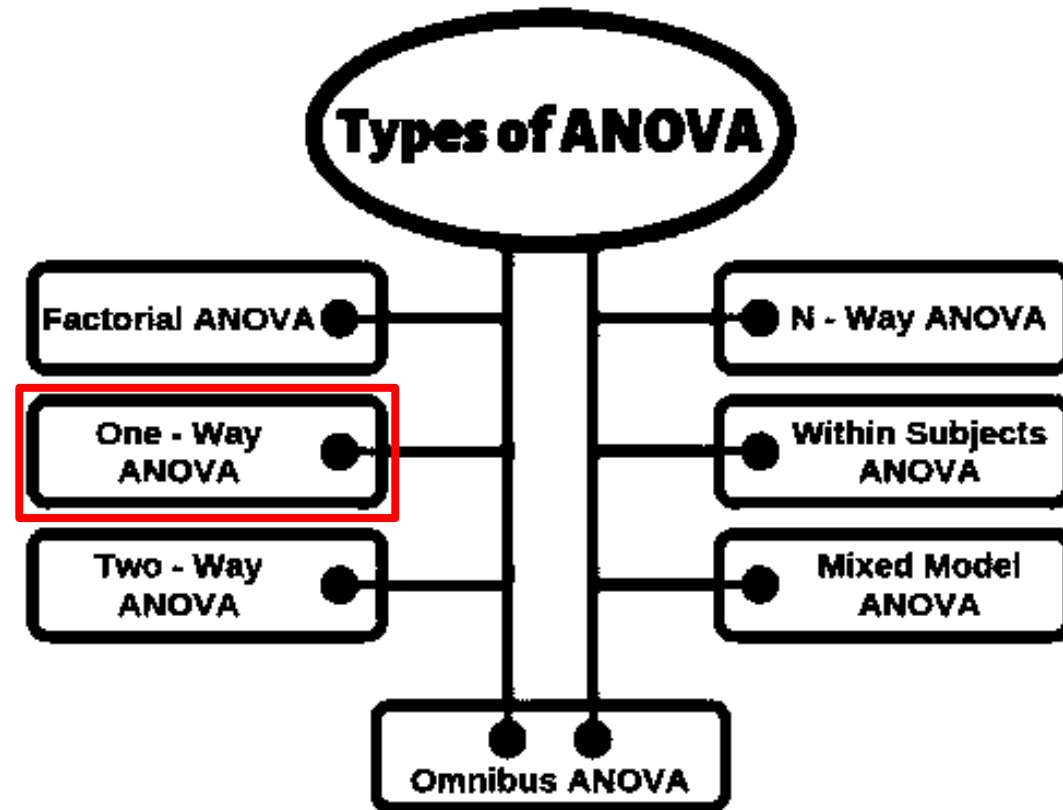
- การประเมินผล
1. คะแนนการร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน
 2. คะแนนการทดสอบ รวม 30 คะแนน

| หัวข้อการเรียน | การทดสอบ (คะแนน) |
|-------------------------------|------------------|
| การอนุมานทางสถิติ | 20 |
| t-test | 20 |
| F-test (one way ANOVA) | 20 |
| การวิเคราะห์การถดถอยอย่างง่าย | 20 |
| การวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณ | 20 |

การทุจริต
ในการทดสอบ
มีคะแนนการ
ประเมินผล
ทั้ง 5 ครั้ง เป็น 0

การวิเคราะห์ความแปรปรวน

ANALYSIS OF VARIANCE, ANOVA



ข้อตกลงเบื้องต้นสำหรับการทดสอบ F-test (ANOVA)

| | | |
|-------------------------|--|--|
| 1.นามบัญญัติ (Nominal) | ชื่อ ประเภท แบ่งกลุ่ม แบ่งพวก ชนิดของสิ่งต่าง ๆ | -เพศ (หญิง/ ชาย) -กลุ่มเลือด (A B AB และ O) -สถานภาพสมรส (โสด คู่ หย่า และ แยก) -บ้านเลขที่ เบอร์โทรศัพท์ หมายเลขเสื้อนักกีฬา ฯลฯ |
| 2.เรียงอันดับ (Ordinal) | บอกลำดับข้อมูลได้ว่ามาก น้อย สูงหรือต่างกัน แต่บอกไม่ได้ว่าต่างกันเท่าใด | -ระดับความเจ็บปวด (มาก ปานกลาง น้อย) -ระดับความคิดเห็น (เห็นด้วย เฉย ๆ ไม่เห็นด้วย) -ระดับความพึงพอใจ (มาก น้อย ไม่พอใจ) |
| 3.อันดับภาค (Interval) | เป็นตัวเลขต่อเนื่อง แต่เป็นศูนย์ไม่แท้ (คือที่จุด 0 ยังมีค่าอยู่) | -อุณหภูมิ - I.Q. -คะแนนความรู้ -คะแนนทัศนคติ -คะแนนการปฏิบัติ ฯลฯ |
| 4.อัตราส่วน (Ratio) | เป็นตัวเลขต่อเนื่อง มีจุดศูนย์แท้ (คือค่า 0 มีความหมายว่าไม่มีค่า) | -น้ำหนัก -ส่วนสูง -น้ำตาลในเลือด -ความดันโลหิต -จำนวนผู้ป่วย ฯลฯ |

สมมติฐาน เป็นแบบ Overall หรือ Omnibus Test
เป็นสมมติฐานแบบไม่มีทิศทาง (Nondirectional Hypothesis)

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_k$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \neq \dots \neq \mu_k \text{ อย่างน้อย 1 คู่}$$

- ตัวแปรอิสระ เป็นระดับ Nominal หรือ Ordinal ที่มี 3 กลุ่มขึ้นไป
- ตัวแปรตาม เป็นระดับ Interval และ Ratio (Scale) เช่นเดียวกับ t-test
- เลือกใช้ ANOVA เมื่อมีมากกว่า 2 กลุ่ม
- ถ้ามีตัวแปรอิสระเพียงตัวแปรเดียว เรียกว่า One-Way ANOVA ถ้ามี 2 ตัวแปร เรียกว่า Two-Way ANOVA
- ANOVA เป็นการทดสอบในภาพรวม (Overall Test) ถ้าพบว่ามีค่าเฉลี่ยที่แตกต่างกัน (อย่างน้อย 1 คู่) ต้องทดสอบค่าเฉลี่ยรายคู่ (Post Hoc Test or Multiple Comparison)

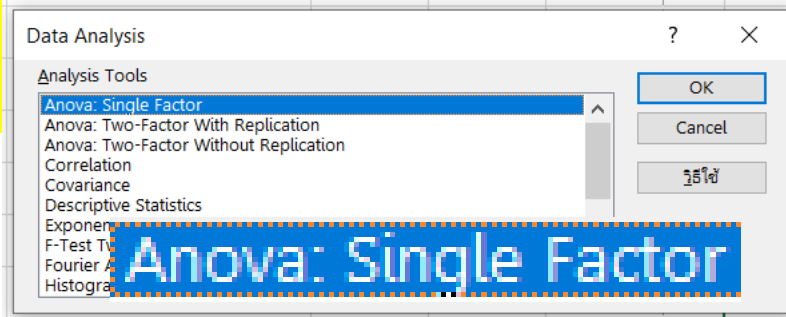


การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (one-way ANOVA)

พนักงานแผนกผลิต 3 กะ มีผลผลิตแตกต่างกันหรือไม่

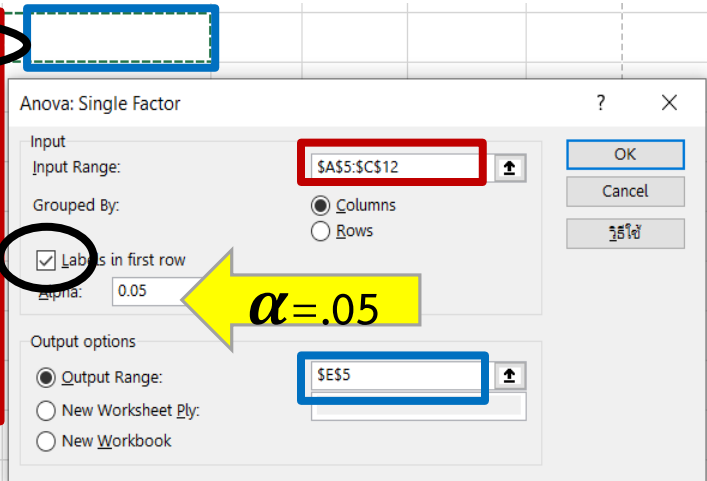
1-ทดสอบภาพรวม

1



2

| กะเช้า | กะบ่าย | กะค่ำ |
|--------|--------|-------|
| 56 | 66 | 78 |
| 54 | 62 | 76 |
| 56 | 55 | 79 |
| 57 | 63 | 70 |
| 60 | 56 | 75 |
| 58 | 55 | 80 |
| 57 | 65 | 76 |



$\alpha = .05$

3

| Anova: Single Factor | | | | |
|----------------------|-------|-----|---------|----------|
| SUMMARY | | | | |
| Groups | Count | Sum | Average | Variance |
| กะเช้า | 7 | 398 | 56.857 | 3.476 |
| กะบ่าย | 7 | 422 | 60.286 | 23.238 |
| กะค่ำ | 7 | 534 | 76.286 | 10.905 |

| ANOVA | | | | | | |
|---------------------|----------|----|---------|--------|---------|--------|
| Source of Variation | SS | df | MS | F | P-value | F crit |
| Between Groups | 1505.524 | 2 | 752.762 | 60.030 | 0.000 | 3.555 |
| Within Groups | 225.714 | 18 | 12.540 | | | |
| Total | 1731.238 | 20 | | | | |

ค่า P-value มีค่าน้อยกว่าค่าอัลฟา (.05)
จึงปฏิเสธ H_0 ($H_0: \mu_{กะเช้า} = \mu_{กะบ่าย} = \mu_{กะค่ำ}$)

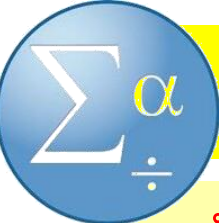
$H_1: \mu_{กะเช้า} \neq \mu_{กะบ่าย} \neq \mu_{กะค่ำ}$ อย่างน้อย 1 คู่

2-ทดสอบรายคู่



Excel ต้องใช้การคำนวณด้วยการใส่สูตร
Probability and Statistics
for Engineers





การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (one-way ANOVA)

พนักงานแผนกผลิต 3 กะ มีผลผลิตแตกต่างกันหรือไม่

1-ทดสอบภาพรวม

กำหนดค่าตัวแปร ต้องกรอกเป็นตัวเลข
1=กะเช้า 2=กะบ่าย 3=กะค่ำ

IBM SPSS Statistics Data Editor

| กะ | ผลผลิต |
|----|--------|
| 1 | 56.00 |
| 1 | 54.00 |
| 1 | 56.00 |
| 1 | 57.00 |
| 5 | 60.00 |
| 6 | 58.00 |
| 7 | 57.00 |
| 8 | 66.00 |

File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Extensions Window Help

Reports
Descriptive Statistics
Bayesian Statistics
Tables
Compare Means
General Linear Model
Generalized Linear Models
Mixed Models
Correlate
Regression
Loglinear

Means...
One-Sample T Test...
Independent-Samples T Test...
Summary Independent-Samples T Test
Paired-Samples T Test...
One-Way ANOVA...



One-Way ANOVA

Dependent List: ผลผลิต

Factor: กะ

OK Paste Reset Cancel Help



One-Way ANOVA: Post Hoc Multiple Comparisons

Equal Variances Assumed

LSD

Equal Variances Not Assumed

Significance level: 0.05

Continue Cancel Help

$\alpha = .05$



One-Way ANOVA: Options

Statistics

Descriptive

Continue Cancel Help



Output

- Oneway
 - Title
 - Notes
 - Active Dataset
 - Descriptives
 - ANOVA
 - Post Hoc Tests
 - Title
 - Multiple Com

| | N | Mean | Std. Deviation | Std. Error | Lower Bound | Upper Bound | Minimum | Maximum |
|-------|----|---------|----------------|------------|-------------|-------------|---------|---------|
| 1.00 | 7 | 56.8571 | 1.86445 | .70470 | 55.1328 | 58.5815 | 54.00 | 60.00 |
| 2.00 | 7 | 60.2857 | 4.82059 | 1.82201 | 55.8274 | 64.7440 | 55.00 | 66.00 |
| 3.00 | 7 | 76.2857 | 3.30224 | 1.24813 | 73.2317 | 79.3398 | 70.00 | 80.00 |
| Total | 21 | 64.4762 | 9.30387 | 2.03027 | 60.2411 | 68.7113 | 54.00 | 80.00 |

ค่า P-value มีค่าน้อยกว่าค่าอัลฟา (.05)
จึงปฏิเสธ H0 หมายถึง
 $H_1: \mu_{กะเช้า} \neq \mu_{กะบ่าย} \neq \mu_{กะค่ำ}$ อย่างน้อย 1 คู่

1-พิจารณาค่า Sig. หรือค่า P-value

ANOVA

ผลผลิต

| | Sum of Squares | df | Mean Square | F | Sig. |
|----------------|----------------|----|-------------|--------|------|
| Between Groups | 1505.524 | 2 | 752.762 | 60.030 | .000 |
| Within Groups | 225.714 | 18 | 12.540 | | |
| Total | 1731.238 | 20 | | | |

2-ทดสอบรายคู่

Post Hoc Tests

Multiple Comparisons

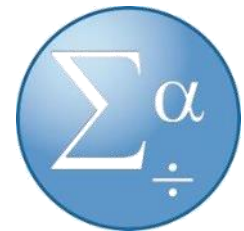
Dependent Variable: ผลผลิต

LSD

| (I) กะ | (J) กะ | Mean Difference (I-J) | Std. Error | Sig. |
|--------|--------|-----------------------|------------|------|
| 1.00 | 2.00 | -3.42857 | 1.89282 | .087 |
| 1.00 | 3.00 | -19.42857* | 1.89282 | .000 |
| 2.00 | 1.00 | 3.42857 | 1.89282 | .087 |
| 2.00 | 3.00 | -16.00000* | 1.89282 | .000 |
| 3.00 | 1.00 | 19.42857* | 1.89282 | .000 |
| 3.00 | 2.00 | 16.00000* | 1.89282 | .000 |

| (I) กะ | (J) กะ | Mean Difference (I-J) | Std. Error | Sig. | 95% Confidence Interval | |
|--------|--------|-----------------------|------------|------|-------------------------|-------------|
| | | | | | Lower Bound | Upper Bound |
| 1.00 | 2.00 | -3.42857 | 1.89282 | .087 | -7.4052 | .5481 |
| 1.00 | 3.00 | -19.42857* | 1.89282 | .000 | -23.4052 | -15.4519 |
| 2.00 | 1.00 | 3.42857 | 1.89282 | .087 | -.5481 | 7.4052 |
| 2.00 | 3.00 | -16.00000* | 1.89282 | .000 | -19.9767 | -12.0233 |
| 3.00 | 1.00 | 19.42857* | 1.89282 | .000 | 15.4519 | 23.4052 |
| 3.00 | 2.00 | 16.00000* | 1.89282 | .000 | 12.0233 | 19.9767 |

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.



Factor ปัจจัย

Treatment ระดับของปัจจัย สิ่งหรือวิธีปฏิบัติต่อวัตถุทดลอง เพื่อใช้ในการวัดผล เปรียบเทียบผล

Experimental Unit หน่วยทดลอง วัตถุหรือสิ่งที่ใช้ในการทดลอง

Response Measurement/Observation ค่าสังเกต ค่าที่เก็บรวบรวมได้จากการทดลอง เป็นข้อมูลนำมาเปรียบเทียบ

เปรียบเทียบผลของความดัน จากวิธีการรักษา 4 วิธี โดยทดลองกับคนไข้ 40 คน ใช้ 10 คน ต่อวิธีการรักษาโรค 1 วิธี

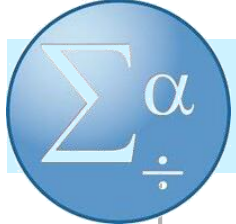
| | |
|----------------------------------|--------------|
| หน่วยทดลอง (ประชากร) | คนไข้ |
| Factor (ตัวแปรต้น) | วิธีการรักษา |
| Treatment | 4 วิธี |
| Response Measurement (ตัวแปรตาม) | ผลของความดัน |

ตัวแปรต้น หรือตัวแปรอิสระ (Independent Variable) คือสิ่งที่กำหนดขึ้น เพื่อศึกษาว่าส่งผลอย่างไรต่อสิ่งอื่น

ตัวแปรตาม (Dependent Variable) คือ ผลลัพธ์ หรือ ผลที่เกิดขึ้น จากการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรต้นที่ต้องการวัดและสังเกต

| | สัญลักษณ์ ค่าพารามิเตอร์ | สัญลักษณ์ ค่าสถิติ |
|---|-----------------------------|------------------------------|
| ค่าเฉลี่ย(Mean) | μ (มิว) | \bar{x} |
| ค่าสัดส่วน(Proportion) | π (พาย) หรือ P | p |
| ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(Standard Deviation) | σ (ซิกมา) | s หรือ s.d. |
| ความแปรปรวน(Variance) | σ^2 | s^2 หรือ s.d. ² |
| สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์(Correlation Coefficient) | ρ (โร) | r |
| สัมประสิทธิ์การถดถอย(Regression Coefficient) | β (เบต้า) | b |





การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (one-way ANOVA)



วัสดุ 4 ชนิด (A, B, C, D) ส่งผลให้
สมบัติผลิตภัณฑ์แตกต่างกันหรือไม่
และวัสดุชนิดใดที่ส่งผลให้สมบัติ
ผลิตภัณฑ์แตกต่างกัน
($\alpha = .01$)

| A | B | C | D |
|-----|-----|-----|-----|
| 320 | 500 | 390 | 660 |
| 300 | 540 | 420 | 690 |
| 350 | 490 | 435 | 670 |
| 380 | 520 | 390 | 650 |
| 290 | 500 | 400 | 660 |

| เขียน/ตอบ สิ่งต่าง ๆ ต่อไปนี้ | | |
|--|--|--|
| Null Hypothesis | | |
| Alternative Hypothesis | | |
| Factor | | |
| Treatment | | |
| Response Measurement | | |
| ยอมรับสมมติฐานตัวใด | | |
| ค่า P-value = | | |
| มีวัสดุที่คู่ และคู่บ้างที่ส่งผลให้ สมบัติผลิตภัณฑ์แตกต่างกัน | | |
| | | |
| | | |





ทดสอบ 25 คะแนน

เรื่อง การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (one-way ANOVA)

ปัญหาที่พบ

* ลายมืออ่านไม่ออก เขียนสัญลักษณ์ไม่ชัดเจน

= ≠

* ไม่ใช้ทศนิยม 3 ตำแหน่ง

* ใช้สัญลักษณ์แทนคำพูด > - →

* ใช้คำไม่ถูกต้อง ไม่ครบถ้วน

* ไม่ระบุค่านัยสำคัญทางสถิติ



**Probability and Statistics
for Engineers**

รศ.ดร.ฤดี นิยมรัตน์



**Probability and Statistics
for Engineers**