

ลำดับเรขาคณิต

พิจารณา ลำดับ $-1, 3, -9, 27, -81, \dots$

แล้วจงหาค่าของ $\frac{a_2}{a_1}, \frac{a_3}{a_2}, \frac{a_4}{a_3}, \frac{a_5}{a_4}$

จะเห็นว่า อัตราส่วนของพจน์ $n+1$ กับพจน์ที่ n มีค่าเท่ากัน
ซึ่งในที่นี้มีค่าเท่ากับ -3

บทนิยาม ลำดับเรขาคณิต คือลำดับที่มีอัตราส่วนของพจน์ที่ $n+1$
กับพจน์ที่ n มีค่าคงตัว
ค่าคงตัวนี้ เรียกว่า **อัตราส่วนร่วม** เขียนแทนด้วย r

ช่อน ข้อสังเกต

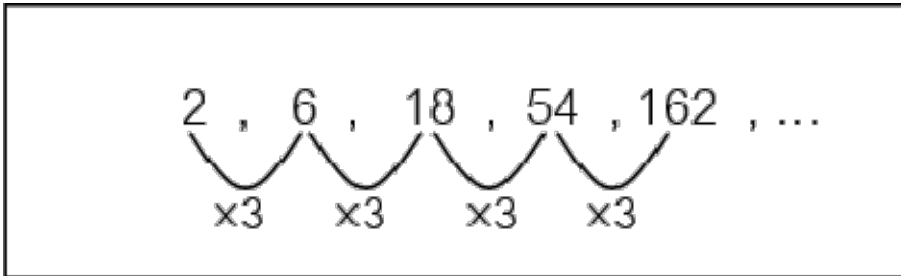
ช่อน บทนิยาม

กิจกรรมเป็นคู่ พิจารณาลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นลำดับเรขาคณิตหรือไม่ พร้อมระบุเหตุผล

ลำดับ	ลำดับเรขาคณิต		เหตุผล
	เป็น	ไม่เป็น	
1. $-12, -10, -8, -6, -4, \dots$			
2. $27, 18, 12, 8, \dots$			
3. $1, 2, 6, 24, 120, \dots$			
4. $0.1, -0.01, 0.001, -0.0001, \dots$			
5. $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4, \dots$			
6. $2\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, 5\sqrt{3}, 8\sqrt{3}, \dots$			
7. $\frac{1}{2}, \frac{1}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4\sqrt{2}}, \frac{1}{8}, \dots$			
8. $-4, -1, 2, 5, 8, 11, \dots$			

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต

พิจารณาแผนภาพของลำดับเรขาคณิต $2, 6, 18, 54, 162, \dots$



จากแผนภาพ
จะเห็นว่า $a_1 = 2$
และ $r = 3$

พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างพจน์หลังกับพจน์ที่ 1

$$\begin{aligned} a_1 &= 2 = 2 \cdot 1 = 2 \cdot 3^0 = a_1 \cdot r^0 = a_1 \cdot r^{1-1} \\ a_2 &= 6 = 2 \cdot 3 = 2 \cdot 3^1 = a_1 \cdot r^1 = a_1 \cdot r^{2-1} \\ a_3 &= 18 = 2 \cdot 9 = 2 \cdot 3^2 = a_1 \cdot r^2 = a_1 \cdot r^{3-1} \\ a_4 &= 54 = 2 \cdot 27 = 2 \cdot 3^3 = a_1 \cdot r^3 = a_1 \cdot r^{4-1} \\ a_5 &= 162 = 2 \cdot 81 = 2 \cdot 3^4 = a_1 \cdot r^4 = a_1 \cdot r^{5-1} \end{aligned}$$

โดยใช้การอุปนัยทางคณิตศาสตร์ จะได้ว่า $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

ช่อน a_1 และ r
ช่อน ความสัมพันธ์1
ช่อน ความสัมพันธ์2
ช่อน ความสัมพันธ์3
ช่อน ความสัมพันธ์4
ช่อน ความสัมพันธ์5
ช่อน ความสัมพันธ์6

ตัวอย่างที่ 1 จงหา 3 พจน์ถัดไปของลำดับเรขาคณิต $16, -8, 4, -2, \dots$

แนวคิด ใช้สูตร $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

จากลำดับเรขาคณิต จะได้ $a_1 = 16$ และ $r = -\frac{1}{2}$

$$\text{จะได้ } a_5 = a_1 \cdot r^{5-1} = 16 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{5-1} = 16 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = 16 \cdot \left(\frac{1}{16}\right) = 1$$

$$a_6 = a_1 \cdot r^{6-1} = 16 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{6-1} = 16 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^5 = 16 \cdot \left(-\frac{1}{32}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$a_7 = a_1 \cdot r^{7-1} = 16 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{7-1} = 16 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^6 = 16 \cdot \left(-\frac{1}{64}\right) = -\frac{1}{4}$$

ดังนั้น 3 พจน์ถัดไปของลำดับเรขาคณิต $16, -8, 4, -2, \dots$ คือ $1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}$

ช่อง a_5

ช่อง a_6, a_7

ช่อง เลข 1

ช่อง เลข 2

ช่อง สรุป

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพจน์ที่ 8 ของลำดับเรขาคณิต $\frac{16}{27}, \frac{8}{9}, \frac{4}{3}, 2, \dots$

วิธีทำ จากลำดับเรขาคณิต $\frac{16}{27}, \frac{8}{9}, \frac{4}{3}, 2, \dots$

$$\text{จะได้ } a_1 = \frac{16}{27} \text{ และ } r = 2 \div \frac{4}{3} = 2 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร } a_n &= a_1 \cdot r^{n-1} \\ a_8 &= \frac{16}{27} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{8-1} \\ &= \frac{16}{27} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^7 \\ &= \frac{16}{27} \cdot \frac{2187}{128} \\ &= \frac{81}{8} \end{aligned}$$

ดังนั้น พจน์ที่ 8 ของลำดับเรขาคณิตนี้ คือ $\frac{81}{8}$

ซ่อน วิธีทำ1

ซ่อน วิธีทำ2

ซ่อน วิธีทำ3

แบบฝึกหัดในชั้นเรียน (ทำเป็นคู่)

1. จงหาพจน์ที่ 10 ของลำดับเรขาคณิต $\frac{\sqrt{2}}{2}, 1, \sqrt{2}, 2, \dots$
2. จงหาพจน์ที่ 8 และพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต $2, 4, 8, 16, \dots$
3. $\frac{1}{128}$ เป็นพจน์ที่เท่าใดของลำดับเรขาคณิต $\frac{1}{2}, \frac{1}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4\sqrt{2}}, \dots$
4. จงหาจำนวนอีก 5 จำนวนซึ่งอยู่ระหว่าง 243 กับ $\frac{1}{23}$
และทำให้ลำดับนี้เป็นลำดับเรขาคณิต
5. จงหาจำนวนที่นำไปบวกกับแต่ละจำนวนต่อไปนี้คือ 2, 14 และ 50 แล้วทำให้ผลบวกที่ได้เป็นพจน์ 3 พจน์เรียงกันเป็นลำดับเรขาคณิต