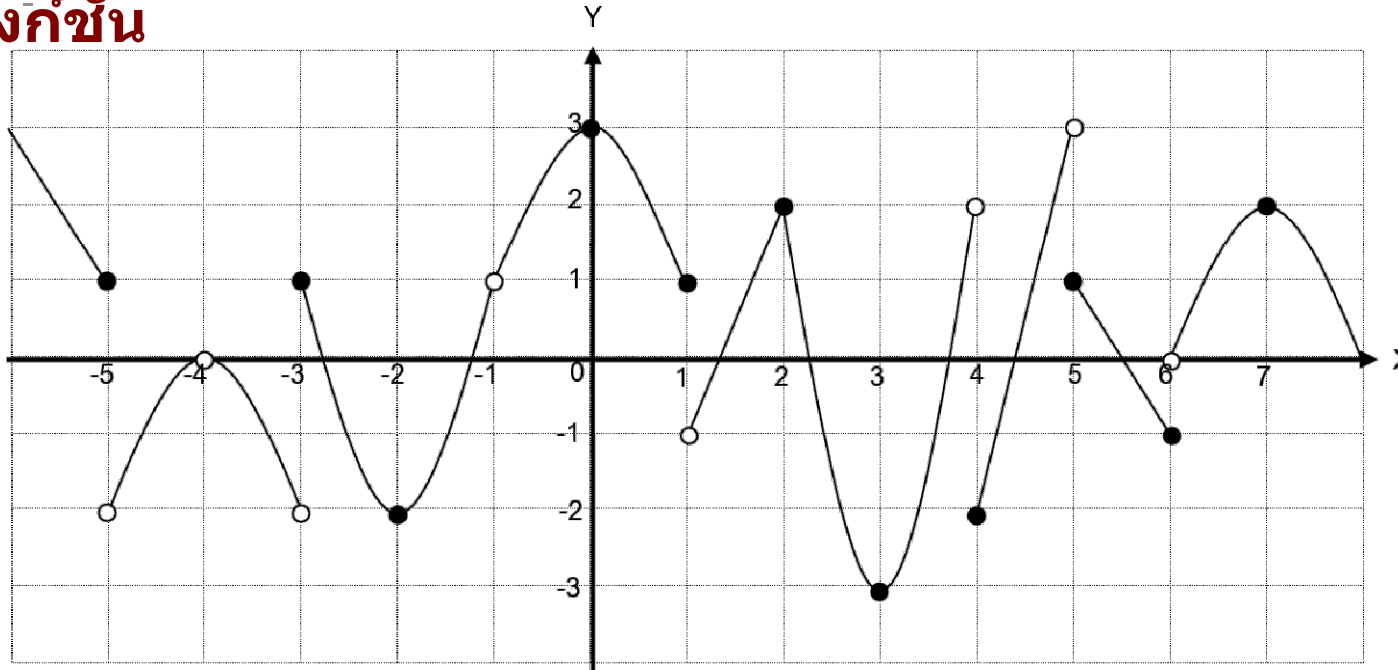


ลิมิตของฟังก์ชัน



- เข้าใกล้ -5
- เข้าใกล้ -4
- เข้าใกล้ -3
- เข้าใกล้ -2
- เข้าใกล้ -1
- เข้าใกล้ 0
- เข้าใกล้ 1
- เข้าใกล้ 2
- เข้าใกล้ 3
- เข้าใกล้ 4
- เข้าใกล้ 5
- เข้าใกล้ 6
- เข้าใกล้ 7

จากรูป จงหาลิมิตของฟังก์ชัน

$$\lim_{x \rightarrow 7^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 7^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 7} f(x) =$$

แสดง ปุ่มการทำงาน

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิต

ทฤษฎีบท 2.1 ถ้า c เป็นค่าคงตัว และ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว $\lim_{x \rightarrow a} c = c$



$$f(x) = c$$

$$c = 3.00$$

$$x = 2.06$$

$$f(x) = 3.00$$

เคลื่อนที่ $x \rightarrow a$

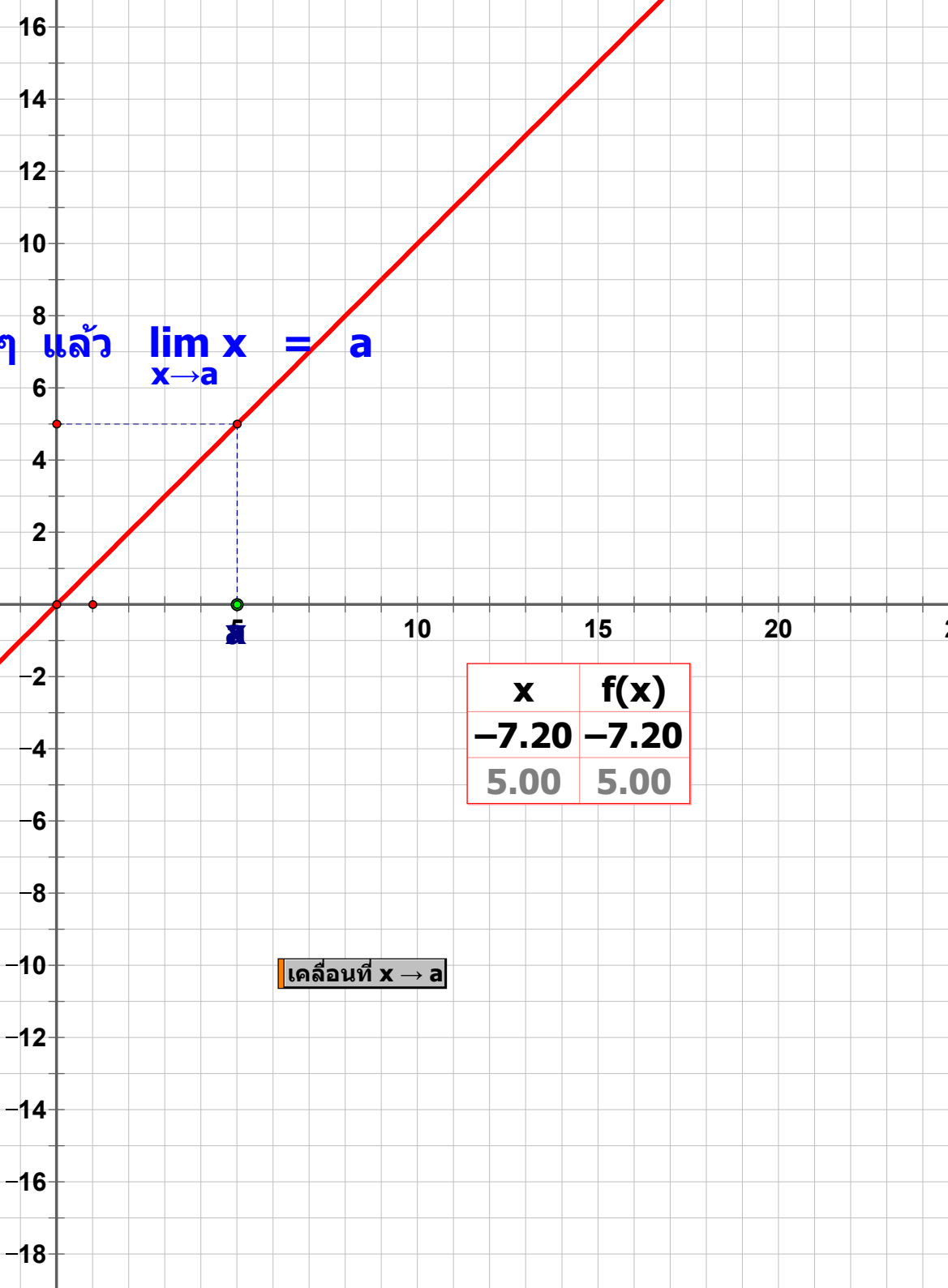
x	f(x)
0.64	3.00
3.77	3.00
4.34	3.00
22.01	3.00
2.06	3.00

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิต

ทฤษฎีบท 2.2 ถ้า a เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว $\lim_{x \rightarrow a} x = a$

$$f(x) = x$$

$$x = 5.00$$
$$f(x) = 5.00$$



x	f(x)
-7.20	-7.20
5.00	5.00

เคลื่อนที่ $x \rightarrow a$

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิต (ต่อ)

ทฤษฎีบท 2.3 ถ้า c เป็นค่าคงตัว และ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ
แล้ว $\lim_{x \rightarrow a} cx = ca$

ทฤษฎีบท 2.4 ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันค่าจริง และ a, L, M เป็นจำนวนจริง

ถ้า $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ และ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$

แล้ว $\lim_{x \rightarrow a} (f+g)(x) = L+M$

ทฤษฎีบท 2.5 ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันค่าจริง และ a, L, M เป็นจำนวนจริง

ถ้า $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ และ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$

แล้ว $\lim_{x \rightarrow a} (f \cdot g)(x) = L \cdot M$

ย้อน ทฤษฎีบท 2.3

ย้อน ทฤษฎีบท 2.4

ย้อน ทฤษฎีบท 2.5

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิต (ต่อ)

ทฤษฎีบท 2.6 ถ้า f เป็นฟังก์ชันค่าจริง และ a, L เป็นจำนวนจริง และ k เป็นค่าคงตัว แล้ว $\lim_{x \rightarrow a} k \cdot f(x) = k \cdot L$

ทฤษฎีบท 2.7 ให้ $f(x) = x^n$ เมื่อ n เป็นจำนวนนับ และ a เป็นจำนวนจริง แล้ว $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a^n$

ทฤษฎีบท 2.8 ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันค่าจริง และ a, L, M เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $M \neq 0$

ถ้า $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ และ $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$

แล้ว $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}$

ช่อน ทฤษฎีบท 2.6

ช่อน ทฤษฎีบท 2.7

ช่อน ทฤษฎีบท 2.8

สรุปเป็นสูตรการหาขีดจำกัดที่สำคัญ

1. $\lim_{x \rightarrow a} c = c$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัวใดๆ

2. $\lim_{x \rightarrow a} x = a$

3. $\lim_{x \rightarrow a} cx = ca$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัวใดๆ

4. $\lim_{x \rightarrow a} x^n = a^n$

5. $\lim_{x \rightarrow a} cx^n = ca^n$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัวใดๆ

ตัวอย่าง

$$\begin{aligned} 1. \quad \lim_{x \rightarrow 4} (-2x) &= (-2) \cdot 4 \\ &= -8 \end{aligned}$$

ช่อน วิธีทำข้อ1-1

ช่อน วิธีทำข้อ1-2

$$\begin{aligned} 2. \quad \lim_{x \rightarrow -2} 4x^3 &= 4 \cdot (-2)^3 \\ &= 4 \cdot (-2)(-2)(-2) \\ &= 4 \cdot (-8) \\ &= -32 \end{aligned}$$

ช่อน วิธีทำข้อ2-1

ช่อน วิธีทำข้อ2-2

ช่อน วิธีทำข้อ2-3

ช่อน วิธีทำข้อ2-4

ช่อน วิธีทำข้อ2-5

RESET

ตัวอย่าง

$$\begin{aligned} 3. \quad \lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - 4x + 7) &= \lim_{x \rightarrow 2} 3x^2 - \lim_{x \rightarrow 2} 4x + \lim_{x \rightarrow 2} 7 \\ &= 3 \cdot \lim_{x \rightarrow 2} x^2 - 4 \cdot \lim_{x \rightarrow 2} x + \lim_{x \rightarrow 2} 7 \\ &= 3 \cdot (2)^2 - 4 \cdot (2) + 7 \\ &= 3 \cdot (4) - 4 \cdot (2) + 7 \\ &= 12 - 8 + 7 \\ &= 11 \end{aligned}$$

ซ่อน โจทย์

ซ่อน วิธีทำ3-1

ซ่อน วิธีทำ3-2

ซ่อน วิธีทำ3-3

ซ่อน วิธีทำ3-4

ซ่อน วิธีทำ3-5

ซ่อน วิธีทำ3-6

RESET

ตัวอย่าง

$$\begin{aligned} 4. \quad \lim_{x \rightarrow 2} (4x-1)(3x+2) &= \lim_{x \rightarrow 2} (4x-1) \cdot \lim_{x \rightarrow 2} (3x+2) \\ &= (4 \cdot \lim_{x \rightarrow 2} x - \lim_{x \rightarrow 2} 1) \cdot (3 \cdot \lim_{x \rightarrow 2} x + \lim_{x \rightarrow 2} 2) \\ &= [4 \cdot (2) - 1] \cdot [3 \cdot (2) + 2] \\ &= (8 - 1) (6 + 2) \\ &= (7) (8) \\ &= 56 \end{aligned}$$

ซ่อน โจทย์

ซ่อน วิธีทำ4-1

ซ่อน วิธีทำ4-2

ซ่อน วิธีทำ4-3

ซ่อน วิธีทำ4-4

ซ่อน วิธีทำ4-5

ซ่อน วิธีทำ4-6

RESET

ตัวอย่าง

$$\begin{aligned} 5. \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 5x + 4}{(x+1)(x-2)} &= \frac{\lim_{x \rightarrow 3} (3x^2 - 5x + 4)}{\lim_{x \rightarrow 3} (x+1)(x-2)} \\ &= \frac{(3 \cdot 3^2 - 5 \cdot 3 + 4)}{(3+1)(3-2)} \\ &= \frac{(27 - 15 + 4)}{(4)(1)} \\ &= \frac{16}{4} \\ &= 4 \end{aligned}$$

ซ่อน โจทย์

ซ่อน วิธีทำ5-1

ซ่อน วิธีทำ5-2

ซ่อน วิธีทำ5-4

ซ่อน วิธีทำ5-3

ซ่อน วิธีทำ5-5

RESET

แบบฝึกหัดในชั้นเรียน (รายบุคคล : 10 นาที)

1. $\lim_{x \rightarrow 2} -5x^4$

2. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} 9x^2$

3. $\lim_{x \rightarrow -2} (4x^2 + 3x - 10)$

4. $\lim_{x \rightarrow -1} (-8x^3 - 3x^2 + 2x - 1)$

5. $\lim_{x \rightarrow -1} (8x)(3x^2 + 1)$

6. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{5x + 2}$

7. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x - 3}{x^2 + 1}$

8. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 + 3x - 5}{4x - 1}$

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิต (ต่อ)

ทฤษฎีบท 2.9 ให้ n เป็นจำนวนเต็มบวก และ a เป็นจำนวนจริง

$$\text{แล้ว } \lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = [\lim_{x \rightarrow a} f(x)]^n$$

ทฤษฎีบท 2.10 ให้ n เป็นจำนวนเต็มบวก และ a เป็นจำนวนจริง

$$\text{แล้ว } \lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$$

ย้อน ทฤษฎีบท 2.9

ย้อน ทฤษฎีบท 2.10

แบบฝึกหัดในชั้นเรียน (ทำเป็นคู่ : 10 นาที)

1. $\lim_{x \rightarrow 2} (6x-5)^3$

2. $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{3x^2-x+2}{x+4} \right)^{\frac{2}{3}}$

3. $\lim_{x \rightarrow 1} [(x+1)(3x-4)]^5$

4. $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt[3]{6x^3+5x+3}$

5. $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt[5]{3x^2-10x-9}$

6. $\lim_{x \rightarrow -4} \sqrt{(2x-1)(3x-4)}$

7. $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[4]{(5x-1)^2}$

8. $\lim_{x \rightarrow 2} 2(x^3-3x+7)$